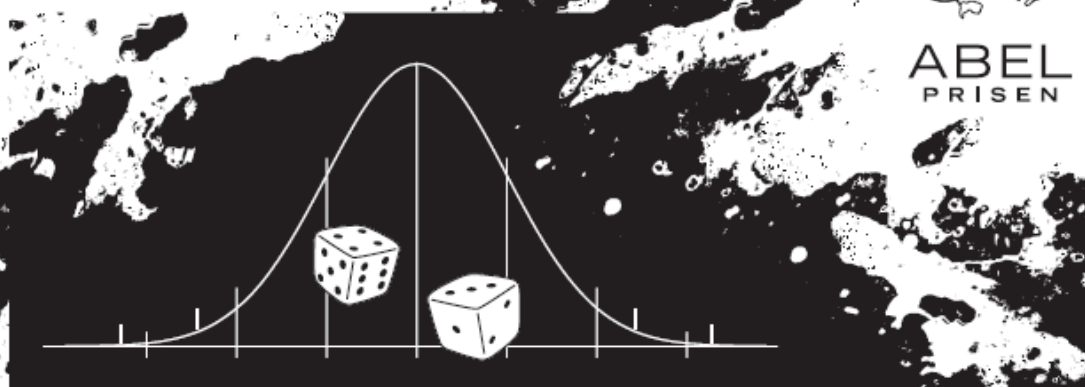


Ressurshefte til aktiviteter under  
arrangementet *Abeldager i matematikk* på  
Universitetet i Agder 27. og 28. mai 2010

 UNIVERSITETET I AGDER



ABEL  
PRISEN



## **Velkommen til Abeldager i matematikk 27. og 28. mai 2010**

Rundt 1200 elever møter opp på Universitetet i Agder for å delta i matematikkaktiviteter under Abeldagene. Denne oppslutningen er vi stolte av. Vi retter en stor takk til det nasjonale Abelstyret som har tildelt Universitetet i Agder dette arrangementet og bidratt med økonomisk støtte til gjennomføring av det. Flere har bidratt i planleggingen av dette omfattende arrangementet. Planleggingskomiteen har bestått av Siri Bjorvand, Trine Engeland, Ingvald Erfjord, Per Sigurd Hundeland og Rolf Nossun fra UiA, Hilde Skaar Davidsen fra Sørlandet Kompetansesenter samt med gode bidrag fra Anja Glad von Zernichow fra Lamis, Ivana Celik fra Matematikk.org og masterstudentene Linda Gurvin Opheim og Gunhild Skjørdal Jahr. Davidsen og von Zernichow har også redigert dette heftet. Videre har Kjell Tybring Andresen i formidlingsavdelingen og Inger Kristiansen i velferdsutvalget på UiA gitt viktige bidrag i den praktiske planleggingen og gjennomføringen av arrangementet. Til slutt takkes ansatte på matematiske fag, studenter ved Universitetet i Agder og øvrige som stiller opp som frivillige i gjennomføringen av dette arrangementet. Tusen takk!

Dette kompendiet er primært laget for matematikklærere som deltok med elever på dette arrangementet. Det er ment å være en inspirasjon til videre arbeid med de tre aktivitetene som elevene møtte under Abeldagene. Kompendiet inneholder også noen flere aktiviteter som kan fungere som en oppfølging spesielt knyttet til kompetansemål etter 7. trinn i LK06 innenfor hovedområdet Statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk.

Til slutt vil vi takke skolene og lærerne som så positivt har meldt sin interesse for at elevenes deres skulle delta på Abeldagene. Vi håper på lærerike og vellykkede dager og et godt videre samarbeid.

På vegne av komiteen som har planlagt arrangementet.  
Ingvald Erfjord

## Innhold

Niels Henrik Abel.....	4
John Torrence Tate: Abelprisvinneren 2010.....	5
Stasjon A: Mattebingo.....	6
Stasjon B: Hesteveddeløp.....	8
Stasjon C: Rutenettbevegelse .....	10
Tilleggsaktivitet nr. 1: Statistikk med kroppen (skostørrelser).....	12
Tilleggsaktivitet nr. 2: Hanois tårn.....	14
Tilleggsaktivitet nr. 3: Et urettferdig spill .....	16
Tilleggsaktivitet nr. 4: Organisering av en kø .....	18



Leder av arrangementskomiteen, Ingvald Erfjord foran UiAs Kampus hvor Abeldagene foregår

## Niels Henrik Abel



**Niels Henrik Abel, født 5. august 1802, er Norges internasjonalt mest kjente matematiker. Til tross for at han døde bare 27 år gammel, rakk han å skrive flere banebrytende avhandlinger. De fleste ble kjent etter hans død.**

I Gjerstad i Aust-Agder vokste Niels Henrik opp, sammen med fem søsken. Høsten 1815, tretten år gammel, ble Niels Henrik sendt hjemmefra og til katedralskolen i Christiania.

På katedralskolen traff Abel sin lærer Holmboe, som var inspirert av nye pedagogiske ideer. Holmboe gav elevene selvstendige oppgaver, og etter kort tid oppdaget han unge Abels enestående evner. Unge Abels engasjement i matematiske problemstillinger forbløffet og imponerte lærerne. Som nybakt student hadde Abel trolig større matematiske kunnskaper enn noen annen i landet.

Holmboe lærte ham det han kunne, og Abel hadde studert videre på egen hånd. Våren 1823 debuterte han med en artikkel i landets første vitenskapelige tidsskrift, *Magazin for Naturvidenskabene*. Noen av professorene og universitetets ledelse var klar over at Abel måtte utenlands for å lære mer. Og de stedene der det fremfor alt foregikk matematisk forskning var i Paris — og i Göttingen hos den store Carl Friedrich Gauss. Men mangelen på offentlige midler tvang Abel til å bli værende ved Universitetet i Christiania i fire år.

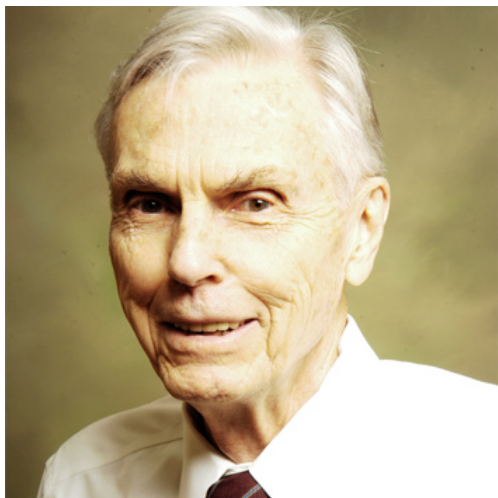
Sommeren 1823 fikk han imidlertid anledning til å reise til København for å besøke matematikerne der. I løpet av våren 1824 var arbeidet med å skaffe Abel offentlig støtte kommet så langt at han ble innvilget statlig stipend i to år, samt løfte om en utenlandsreise i nye to år. Høsten 1828 arbeidet Abel i Christiania intenst og feberaktig. Han var sengeliggende og syk i flere uker denne høsten, og innrømmet at det ligningsteoretiske arbeidet nå overgikk hans fysiske krefter. Da det nærmet seg jul ville han tilbake til Froland, til sin forlovede og venner ved jernverket. Han kom frem på slede, kald og hostende. Og etter et juleball, da han ville ut og avkjøle seg, begynte han å hoste blod.

Sykeleiet ble et dødsleie, tæringen tok overhånd. Abel var bare 26 år og syntes det var forferdelig at alt snart var over. 6. april 1829 var det slutt for Niels Henrik. Uten å vite hva som hadde skjedd på Froland, ble det to dager senere, 8. april, skrevet om og til Abel både i Paris og Berlin. Fra Paris ble det meldt at Paris-avhandlingen endelig var funnet igjen, lovordene begynte straks å strømme inn. Akademiets pris ble året etter gitt for Abels arbeid.

Kilde: [www.abelprisen.no](http://www.abelprisen.no)

## John Torrence Tate: Abelprisvinneren 2010

«for hans store og varige innflytelse på tallteorien.»



**Abelprisvinner John T. Tate vil møte både elever og lærere under matematikkdagene 27. og 28. mai på Universitetet i Agder i Kristiansand.**

**Målgruppen for dette arrangementet er elever på 5. trinn i Kristiansand kommune, nabokommunene samt i kommuner i Abels nærområde i Aust-Agder. Rundt 1200 elever er påmeldt.**

Bak skolematematikkens og hverdagens enkle regning med 1, 2, 3, ... skjuler det seg en kompleks og innfløkt verden som har utfordret noen av menneskeslektens aller største intellekter. Den strekker seg fra primtallenes mysterier til måten vi lagrer, overfører og sikrer informasjon på i moderne datamaskiner. Denne verdenen er kjent under navnet tallteori. Gjennom det siste århundret har den vokst til å bli en av de mest raffinerte og høyest utviklede grener av matematikken, i et gjennomgripende samspill med andre områder som algebraisk geometri og teorien for automorfe former. John Tate er en av hovedarkitektene bak denne utviklingen.

John Torrence Tate ble født 13. mars 1925 i Minneapolis, Minnesota i USA. Han fratrådte stillingen som professor og Sid W. Richardson-professor i matematikk ved universitet i Texas i Austin våren 2010. Tate fattet tidlig interesse for matematikken. I oppveksten var han fascinert av matematiske nøtter, og inspirasjonen fikk han fra farens bøker. Faren var professor i fysikk. Selv om Tate var svært opptatt av det han hadde lest, bestemte han seg for å studere fysikk på universitetet. Men allerede det første året ved Princeton-universitetet ble han klar over at det var matematikken som var hans store lidenskap. Han fikk lov til å begynne på studier på master- og doktorgradsnivå i matematikk og tok doktorgraden i 1950.

I hele 60 år har Tate satt sitt preg på den moderne matematikken. Det er bemerkelsesverdig hvor mange matematiske begreper han har gitt navn til. Dette viser hvilken innflytelse ideene hans har hatt på matematikken. I litteraturen finner vi Tate-modul, Tate-kurve, Tate-syklus, Hodge-Tate-dekomposisjoner, Tate-kohomologi, Serre-Tate-parameter, Lubin-Tate-gruppe, Tate-spor, Shafarevich-Tate-gruppe, Néron-Tate-høyde og så videre.

Abelkomiteen uttaler: «Mange av hovedretningene innen algebraisk tallteori og aritmetisk geometri eksisterer i dag bare takket være John Tates skarpsindige bidrag og lysende innsikt. John Tate har satt et sterkt og varig preg på moderne matematikk».

Kilde: [www.abelprisen.no](http://www.abelprisen.no)

## Stasjon A: Mattebingo

### Beskrivelse

Aktiviteten er knyttet til oppgaver og bruk av bingobrett med påførte tall som svar på oppgavene. Det er veldig viktig at ingen bingobrett ser like ut, dvs. at tallene må byttes om fra brett til brett. Nedenfor er et eksempel på et bingobrett tiltenkt å bli brukt utendørs eller på et stort åpent areal inne.

-2	100	-5	5	15
10	7	100	6	30
9	8	11	36	4
2	25	56	120	3
46	60			42

Bingobrett med tremarkør

En person leser opp oppgavene som har et tallsvar. Straks barna har løst oppgaven legger de brikken på rett plass på brettet. Førstemann med 5 på rad roper "BINGO!".

### Forarbeid

I en elevgruppe kan det passe med for eksempel 12 bingobrett hvor elevene kan jobbe alene eller sammen med andre avhengig av klassestørrelse og organisering. Bingobrettene kan med fordel lages av elevene selv. De 12 platene deles inn i et rutenett bestående av 25 ruter (hver rute på 14 x 14 cm). Mal rutene annenhver i to farger, eller strek opp med sprittusj. Tallene skrives på platen, ett tall i hver rute. Det er som nevnt svært viktig at ingen bingobrett ser like ut, dvs. at tallene må byttes om fra brett til brett. Etter at tallene er skrevet på brettene lamineres de med kontaktpapir. Dette gjør at de tåler mer.

Trestokkene (se nedenfor) skjæres i tynne skiver med en tykkelse på ca. 1 cm. Skivene fungerer som bingobrikker. Dere trenger maksimalt 17 brikker per brett, men en klarer seg lenge med 150 brikker til 12 bingobrett.

### Utstyr

- 12 plater (kan også være gråpapir) av størrelse 70 x 70 cm
- 2 x 1 m lang stokk
- noen malingsrester
- kontaktpapir (hvis en ønsker å gjøre platene mer holdbare)
- bred sprittusj
- samling av oppgaver (se forslag under "Litteratur/leseforslag")

## Matematikk i fokus

Matematikkoppgavene kan varieres på uttallige måter og inkludere de ulike matematiske områdene i læreplanen (*tall, algebra, statistikk, sannsynlighet, kombinatorikk, måling, geometri osv.*). Svarene bestemmer hvilke tall som skal tegnes på bingobrettene. For forslag til oppgaver se lenke under "Litteratur/leseforslag".



## Tips til læreren/variasjonsmuligheter/utvidelse

Differensieringen ligger i selve oppgavene, og de kan selvsagt gjøres både lettere og vanskeligere enn det vi viser her. En kan for eksempel bruke brøker og desimaltall istedenfor hele tall (eller en blanding). En må ta seg god tid til å lese oppgaven flere ganger hvis det er behov for dette. Enkelte vil føle seg tryggere dersom de har blyant og papir tilgjengelig.

## Litteratur/leseforslag

Ideen er utviklet av og hentet fra Matematikk.org.

For beskrivelse og eksempler på oppgaver:

[http://www.matematikk.org/\\_grunnskole/artikkel/vis.html?tid=66144&within\\_tid=66124](http://www.matematikk.org/_grunnskole/artikkel/vis.html?tid=66144&within_tid=66124)

## Stasjon B: Hesteveddeløp

### Beskrivelse

Introduksjon til begrepet sannsynlighet. Elevene får ved hjelp av denne aktiviteten erfaring med hvorfor noen hendelser forekommer hyppigere enn andre hendelser. Denne aktiviteten kan omfatte følgende:

- typetall
- Hvorfor forekommer noen hendelser ikke?
- overgang fra innsamlet materiale til frekvenstabell
- grafisk fremstilling: overgang fra materialet til søylediagram

### Forarbeid

Denne aktiviteten krever ikke noen forarbeid med elevene. Det er en fordel at elevene arbeider med denne oppgaven UTEN en introduksjon. Det er viktig at elevene oppdager sammenhengene selv – og at de selv klarer å sette ord på erfaringene/sammenhengene de oppdager.

*Når elevene bruker seg selv og tar i bruk flere sanser i læreprosessen, kan en oppnå større nærhet til stoffet som presenteres. Flere elever vil kunne forstå innholdet i begrepene og de matematiske sammenhengene som ellers kan være vanskelig tilgjengelig for mange av dem.<sup>1</sup>*

### Matematikk i fokus

Statistikk og sannsynlighet. Fra LK06, kompetansemål etter 7. trinn:

- *vurdere sjansar i daglegdagse samanhengar, spel og eksperiment og berekne sannsyn i enkle situasjonar*
- *representere data i tabellar og diagram som er framstilte digitalt og manuelt, og lese, tolke og vurdere kor nyttige dei er*

### Utstyr

Spillbrett. 2 terninger pr. brett. 12 brikker pr. brett (fra 2 – 6 personer pr. brett). Aktiviteten kan foregå både ute og inne.

### Aktivitet/opplegg

UTE: Lag et spillbrett, enten ved å bruke kritt, tegne i sanden, ved hjelp av tape eller pinner med mer.

INNE: Se vedlagt spillbrett til innebruk. Det kan være lurt å laminere spillbrettet, så varer det lenge.

### Tips til læreren/variasjonsmuligheter/utvidelse

**Typetall:** Spør elevene om "Hvilken hest vant flest ganger?" De vil da se at den summen som forekommer hyppigst = *typetall*.

**Frekvenstabell:** Hvordan kan vi systematisere opplysningene fra spillet i en tabell? Tegn opp en frekvenstabell på tavlen. Bruk evt. disse opplysningene til å tegne et søylediagram eller et histogram.

---

<sup>1</sup> Geir Botten: *Meningsfylt matematikk*. Caspar Forlag 2003/side 136.



## Litteratur/leseforslag

Ideen er hentet fra Matematikk.org.

### Det store hesteveddeløpet

12 hester (brikker) stiller i startfeltet nederst på siden.

#### Spilleregler:

1. Kast med to terninger.
  2. Ved hvert kast viser summen av øyne nummeret på den hest som får flytte en rute framover.
  3. Skift om å kaste terningene.
1. omgang: Elevene velger selv hvor de vil plassere hestene sine (1-12).
  2. omgang: Refleksjon rundt hvor det kan være lurt å plassere hestene for neste spilleomgang. Spill spillet igjen.

## Mål

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>

## Stasjon C: Rutenettbevegelse

### Beskrivelse

Bevege seg diagonalt fra hjørne til hjørne i et 3 x 3 rutenett. Elevene konkurrerer om å gjøre dette med færrest mulige trekk.

### Forarbeid

Aktiviteten krever ikke forarbeid. Det er elevene selv som skal oppdage sammenhengen.

### Matematikk i fokus

Statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk. Fra LK06, kompetansemål etter 7. trinn:

- *vurdere sjansar i daglegdagse samanhengar, spel og eksperiment og berekne sannsyn i enkle situasjonar*

### Utstyr

Et rutenett i en eller annen form. Aktiviteten kan foregå både ute og inne.

### Aktivitet/opplegg

I et rutenett på 3 x 3 ruter, skal elevene bevege seg raskest mulig fra ett hjørne til det andre, ved hele tiden å bevege seg fra rute til rute vannrett eller loddrett. Hva er den raskeste veien? Elevene vil etter hvert oppdage at det er akkurat like mange trekk uansett hvilken vei de velger. Et rutenett med 3 x 3 ruter må lages. Man kan også utvide oppgaven til et 4 x 4 rutenett eller større. Vil det samme gjelde her, eller finnes det raskere måter å bevege seg på? Dette gir elevene en god mulighet til å sette opp hypoteser og teste dem ut.

Rutenettet kan lages både ute og inne. Inne kan en for eksempel bruke hyssing og tape for å lage rutenettet. Eller en kan lage små spillebrett og bruke figurer til å flytte med. Ute kan en for eksempel lage spillebrett med kritt, tegne i sanden, tape og pinner.

### Tips til læreren/variasjonsmuligheter/utvidelse

Aktiviteten kan utvides med 4 x 4 rutenett, eller mer. Hypoteser kan lages på forhånd av elevene. En kan legge til matematikkoppgaver som for eksempel at hver gang en går opp må en legge til 2, og hvis en går til høyre må en trekke fra 3. La elevene selv lage oppgaver til hverandre. Her er det mange muligheter til egen utforskning ved hjelp av hypoteser og testing av disse.

## Spillebrett


## Eksempel

		mål ↑
	↑ →	
→ start		

# Tilleggsaktivitet nr. 1: Statistikk med kroppen (skostørrelser)

## Beskrivelse

Trener begrepslære. Dette undervisningsopplegget omfatter følgende:

- typetall, median og gjennomsnitt
- grafisk fremstilling: overgang fra materialet til søylediagram
- overgang fra innsamlet materiale til frekvenstabell

## Forarbeid

Det kan være lurt å ha snakket litt om hva som ligger i begrepene median, gjennomsnitt og typetall, slik at elevene er kjent med innholdet i begrepene. Det er viktig at elevene oppdager sammenhengene selv – og at de selv klarer å illustrere begrepene.

*Når elevene bruker seg selv og tar i bruk flere sanser i læreprosessen, kan en oppnå større nærhet til stoffet som presenteres. Flere elever vil kunne forstå innholdet i begrepene og de matematiske sammenhengene som ellers kan være vanskelig tilgjengelig for mange av dem.<sup>2</sup>*

Erfaringsmessig sitter begrepene median og typetall godt etter denne praktiske øvelsen – elevene henter lett opp "Det var Theodor som var median" + at de har lettere for å visualisere prosessene rundt begrepene.

## Matematikk i fokus

Fra LK06:

- finne median, typetal og gjennomsnitt av enkle datasett
- representere data i tabellar og diagram

## Utstyr

Utstyrsfritt. Kan foregå ute eller inne.

## Aktivitet/opplegg

Rydd vekk pultene i rommet, slik at du og elevene har god plass til å bevege dere. Dere skal undersøke skonummer til klassen/gruppen. Evt. kan antall medlemmer i familien, fødselsdato osv. benyttes i stedet for skonummer.

Skriv opp begrepene median og typetall på tavlen – mens elevene står i en ring foran deg. Spørsmål til dem: "Kan vi ved hjelp av "dere" og skonummer finne ut hvem som er medianen og hvem av dere som er typetall? La elevene få drodle litt rundt utfordringen selv.

**Forslag median:** Elevene stiller seg i en halvsirkel i klasserommet. De sorterer seg i stigende rekkefølge. Deretter går en elev i hver ende av halvsirkelen bort. Den som står igjen er medianen.

---

<sup>2</sup> Geir Botten: *Meningsfylt matematikk*. Caspar Forlag 2003/side 136.

Hva gjør vi om to elver står igjen? Er det uvesentlig om de to som står igjen har samme skonommer? Hva om skonommer er ulike? For eksempel nr. 37 og 38?

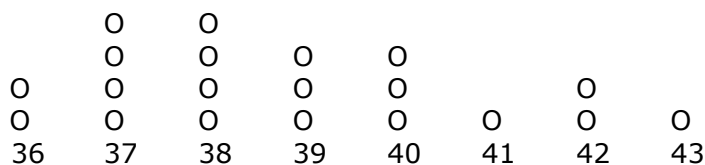
**Typetall:** Spør elevene om "Hva er et typisk skonommer i klassen". De vil da se at det skonommer som forekommer hyppigst = *typetall*.

Spør elevene "Hvordan kan vi finne ut hva som er gjennomsnittlig skonommer i klassen?" Har de forslag? Skriv på tavlen. Kan de vise hvordan de har tenkt ved å bruke medelevene?

### **GRAFISK UTFORMING:**

Etter å ha utforsket **median** og **typetall** kan vi nå jobbe videre med hvordan elevene kan bruke seg selv til å lage forskjellige grafiske fremstillinger.

**Søylediagram:** La elevene først få fremstille et søylediagram (fugleperspektiv, hodene = ringene). De stiller seg opp i rekker iht. skonommer, som vist under:



Elevene har nå laget et søylediagram over skonomrene. Visualiser på tavlen – det er viktig å kombinere det praktiske arbeidet med tavle-matematikken. Gjør overgangene synlige for elevene.

**Kurvediagram:** Den bakerste eleven i hver søyle holder i et tau. Da vil vi også kunne se et kurvediagram.

**Histogram:** Be elevene om å trekke seg sammen, slik at de står skulder til skulder. Den grafiske fremstillingen vil da se ut som et histogram.

**Frekvenstabell:** Hvordan kan vi systematisere opplysningene om skonomrene i en tabell? Tegn opp en frekvenstabell på tavlen.

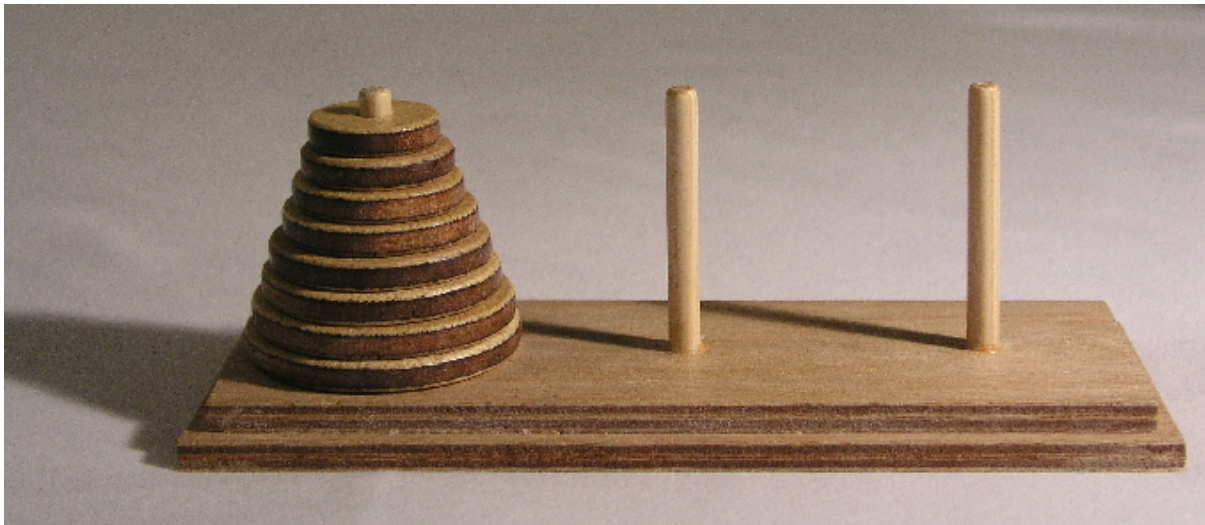
### **Litteratur/leseforslag**

Ideen er hentet fra boka til Geir Botten, Caspar Forlag 2003: *Meningsfylt matematikk – nærhet og engasjement i undervisningen*.

## Tilleggsaktivitet nr. 2: Hanois tårn

### Beskrivelse

Tårnet i Hanoi er et matematisk spill eller puslespill. Det består av tre pinner og en rekke runde skiver med et hull i midten. Skivene er av varierende bredde, og kan plasseres i en hvilken som helst av de tre pinnene. Puslespillet starter med alle diskene plasserte over en pinne, ordnet etter størrelse, med den minste øverst, slik at de danner en konisk form.



### Forarbeid

Elevene kan lage et sett på sløyden. De trenger 3 pinner, ca. 0,5 cm i diameter, 7 cm lange, 1 plate, lim, finérplater, skjært opp i små kvadrater.

Man kan også lage store Hanoi tårn sett av isoporplater (10 cm tykke, eventuelt 2 x 5 cm som limes sammen). Man trenger da maling, kontaktpapir, 2 m gjerdestolpe (sylinderformet), stor finérplate, 3 planker, hver på ca. 180 cm.

### Matematikk i fokus

Fra LK06:

- *Grunnleggjande ferdigheitar: Å kunne rekne i matematikk utgjer ei grunnstamme i matematikkfaget. Det handlar om problemløysing og utforsking som tek utgangspunkt i praktiske, daglegdagse situasjonar og matematiske problem. For å greie det må ein kjenne godt til og meistre rekneoperasjonane, ha evne til å bruke varierte strategiar, gjere overslag og vurdere kor rimelege svara er.*

*Etter 7. årssteget: Tal og algebra. Mål for opplæringa er at eleven skal kunne*

- *beskrive plassverdisystemet for desimaltal, rekne med positive og negative heile tal, desimaltal, brøkar og prosent, og plassere dei på tallinja*

- *utforske og beskrive strukturar og forandringar i enkle geometriske mønster og talmønster*

Det matematiske fokuset er knyttet til å utforske hvor mange flytt man trenger for å flytte hele tårnet fra venstre pinne og over til den høyre pinnen. Minimum antall flytt er avhengig av antall skiver. Man kan sette opp en tabell hvor antall skiver sammenlignes med antall flytt, og etter hvert kan man forsøke å se et mønster.

Det generelle resultatet er gitt ved at  $n$  ringer trenger en  $2^n - 1$  antall flytt.

### Aktivitet/opplegg

Puslespillet går ut på å flytte alle skivene til en annen pinne, etter følgende regler:

- bare én skive av gangen kan flyttes
- den øverste skiven flyttes fra en av pinnene til en annen pinne, på toppen av andre skiver som allerede kan være på den andre pinnen
- ingen skive kan plasseres over en mindre skive

### Tips til læreren/variasjonsmuligheter/utvidelse

Spør barna selv hvor mange skiver de vil starte med. Det kan være lurt å prøve med 3 skiver først. De fleste kommer relativt raskt fram til at de trenger 7 flytt for å løse oppgaven. Hele aktiviteten går ut på å søke etter mønster og system. En kan sammen med barna sette opp en hypotese. Hypotesen testes, og etter prøving og feiling kommer en frem til et resultat. De eldste elevene kan komme fram til en formel for det minste antall flytt som trengs når det er  $n$  skiver i tårnet.

### Opprinnelse

Puslespillet sies å ha blitt oppfunnet av den franske matematikeren Édouard Lucas (1842–1891) i 1883. Ifølge en vietnamesisk legende skal det ha eksistert et stort tempel med tre forfalne tårn som var omgitt av 64 gylne skiver. Prestene i Hanoi sies å ha arbeidet ut fra en urgammel profeti, ved å flytte skivene i henhold til puslespillets regler. Puslespillet ble derfor også kjent som puslespillet i Brahmas tårn. Ifølge legenden ville verdens ende inntreffe når puslespillet var løst.

### Litteratur/leseforslag

Hanois tårn er omtalt og beskrevet i Tangentens spesialnummer om spill (nr. 2, 2001).

Hanois tårn kan også spilles på internett, blant annet her:

<http://www.mazeworks.com/home.htm>

Omtalen i denne artikkelen bygger hovedsakelig på et undervisningsopplegg om Hanois tårn som er presentert på lærersidene på Matematikk.org.

Wikipedia er også anvendt som kilde.

## Tilleggsaktivitet nr. 3: Et urettferdig spill

### Beskrivelse

Dette er et spill som er laget for å gi elevene en innføring i sannsynlighet og kombinatorikk. Det krever ingen forkunnskaper hos elevene, men tanken er å vekke nysgjerrighet rundt temaet. Spillet virker umiddelbart rettferdig, men den ene spilleren vil i realiteten ha en sannsynlighet for å vinne 2 av 3 ganger. Siden de fleste elever har en utpreget rettferdighetssans, vil dette kunne fungere som en motivator for å finne ut mer om sannsynlighet.

### Forarbeid

Sjakk kortstokk(er) slik at det er ett rødt og ett svart spillekort per elev.

### Matematikk i fokus

Statistikk og sannsynlighet. Fra LK06:

*Mål for opplæringa er at eleven skal kunne*

- *vurdere sjansar i daglegdagse samanhengar, spel og eksperiment og berekne sannsyn i enkle situasjonar*

### Utstyr

Kortstokk.



### Aktivitet/opplegg

#### Regler:

- elevene deles i grupper, 2 i hver gruppe
- de to gruppedeltakerne blir enige seg i mellom om hvem som skal være A og B
- gruppa får delt ut to røde kort og to svarte kort
- A stikker og blander kortene. B noterer poengene

#### Selve spillet:

- B trekker to tilfeldige kort



- dersom B trekker et rødt og et svart kort, får B 1 poeng
- dersom B trekker to røde kort eller to svarte kort, får A 1 poeng
- A blander kortene på nytt
- førstemann til 20 poeng har vunnet

Når alle gruppene har spilt en gang, noteres det opp på tavla hvem som vant i hver gruppe – A eller B?

### **Diskusjon:**

La elevene diskutere resultatene. Er spillet rettferdig, eller har den ene større sannsynlighet for å vinne enn den andre?

Be elevene komme med forslag om hvordan man kan teste påstandene deres.

Dersom det er uenighet i klassen, kan man gjennomføre spillet flere ganger. Får man tilsvarende resultater? Hvorfor/hvorfor ikke? Dette kan gjentas til elevene blir overbeviste eller lei.

Hvis man ønsker å gi elevene et hint, kan man foreslå at B trekker ett kort om gangen. Når man har trukket det ene kortet, hvor mange av de gjenværende kortene vil gjøre at B får poeng, og hvor mange av dem vil gjøre at A får poeng?

### **Tips til læreren/variasjonsmuligheter/utvidelse**

Det kan være naturlig å komme inn på "store talls lov". Hva hadde skjedd om vi hadde spilt dette spillet 1000 ganger? Dette kan også elevene simulere i for eksempel Excel.

### **Litteratur/leseforslag**

Ideen til dette spillet er hentet fra Matematikk.org, men er videreutviklet i forbindelse med Abeldagene.

## Tilleggsaktivitet nr. 4: Organisering av en kø

### Beskrivelse

På hvor mange måter kan en organisere en kø, med 2, 3 eller 4 elever i? La elevene få lage hypoteser, for så å bruke seg selv til å organisere køen.

### Forarbeid

Aktiviteten kan være en introduksjon til å jobbe med kombinatorikk og sannsynlighet, og trenger dermed ingen forberedelse. Elevene oppdager hva som skjer via praktisk arbeid.

### Matematikk i fokus

Statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk. Fra LK06, hovedområde etter 7. trinn:

- *i kombinatorikk arbeider ein med systematiske måtar å finne tal på, og det er ofte nødvendig for å kunne berekne sannsyn*

### Utstyr

Trenger bare elever som kan lage køen.

### Aktivitet/opplegg

Start med å la elevene lage en kø bestående av to elever på så mange måter som mulig. Så innføres det enda en elev, totalt 3 elever. La elevene lage en hypotese på hvor mange måter køen kan organiseres på nå, før de utfører dette i praksis. Etterpå lager elevene hypotese for hvor mange muligheter det er med 4 elever.

Elevene kan med litt hjelp finne ut av hvordan sammenhengen er, og regne seg frem til antall kombinasjonsmuligheter med 5 elever i en kø. ( $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ )

### Tips til læreren/variasjonsmuligheter/utvidelse

En kan også innføre produktregelen på en praktisk måte. Ved å se på kombinasjonsmulighetene av et antall mulige jakker og sko. Her er det viktig å starte med et lite antall og jobbe seg oppover. Elevene kan i praksis kle opp en elev med de mulighetene som finnes, for så å telle opp antall muligheter.

Med litt hjelp kan elevene se sammenhengen at når en har 2 gensere, 2 bukser og 3 luer kan en lage totalt  $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$  ulike antrekk.





UNIVERSITETET I AGDER



**Sørlandet  
kompetansesenter**

**Statlig spesialpedagogisk støttesystem**



**LAMIS**



**matematikk.org**