OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

SETT 31

DAG 1

1. Vennene Alfred, Bodil og Carsten var på stranden og grillet pølser. Alfred spiste to pølser, Bodil spiste tre, og i gjennomsnitt spiste de fire pølser. Hvor mange pølser spiste Carsten?

   A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 10

2. Tenk deg at jordkloden var en polert metallkule. Rundt ekvator trekker man en ståltråd, strammer til, og binder fast i endene, slik at tråden ligger tett inntil overflaten rundt hele ekvator. Så kutter vi tråden og gjør den *10 cm* lengre. Nå vil det på enkelte steder være litt slakk i tråden. Vi plasserer tråden slik at den får samme høyde over ekvator alle steder. Vil det nå være nok plass mellom tråden og kula til at et vanlig spillkort ville få plass i mellom?

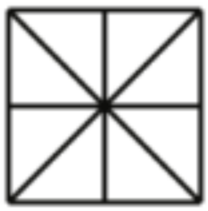
Løsninger:

1. *D*. Hvis de tre vennene spiste fire pølser i gjennomsnitt, så må de til sammen ha spist $3 \cdot 4 = 12$ pølser. Siden Alfred og Bodil til sammen spiste 5 pølser, så må Carsten ha spist $12 - 5 = 7$ pølser.

2. Ja. Sammenhengen mellom radius r og omkrets O av en sirkel er $O = 2\pi r$. Det betyr at når omkretsen øker med 10 cm, så vil radius øke med $\frac{10}{2\pi} \approx 1{,}6$ cm, og det er nok til at en hel kortstokk får plass i mellom.

DAG 2

1. Hvor mange trekanter er det i denne figuren?



   A) 8 B) 12 C) 14 D) 16 E) 20

2. Fem dyr - *A, B, C, D* og *E* - er enten ulver eller hunder. Hunder sier alltid sannheten, mens ulver alltid lyver. *A* sier at *B* er en hund. *C* sier at *D* er en ulv. *E* sier at *A* er en hund. *B* sier at *C* er en ulv. *D* sier at *B* og *E* er av forskjellig art. Hvor mange av de 5 dyrene er ulver?

   A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Løsninger:

1. D. Det er 8 små trekanter, 4 trekanter som er satt sammen av to små, og 4 trekanter som er satt sammen av fire små trekanter. Til sammen er det dermed $8 + 4 + 4 = 16$ trekanter i figuren.

2. D. Siden A sier at B er en hund, så er A og B like. (Hvis A er hund, så snakker A sant, og dermed er B en hund. Hvis A er ulv, så lyver A, og B er også ulv.) Tilsvarende, siden E sier at A er en hund, så er også E lik A og B. D sier at B og E er av forskjellig art. Dette er løgn, altså er D en ulv. Siden C sier at D er en ulv, så er C en hund, og siden B sier at C er en ulv, så er B en ulv. Altså er A, B, D og E ulver, mens C er en hund.

DAG 3

1. Petter har 180 kroner i mynter. Han har kronestykker, femmere, tikroner og tjuekroner, og han har like mange av hver mynt. Hvor mange mynter har Petter?

   A) 15 B) 18 C) 20 D) 30 E) 40

2. En bokhandel har opphørssalg, og selger ut alle bøkene til samme pris. Frode, Mary og Tina har henholdsvis 70, 96 og 135 kroner. Hver av dem kjøper så mange bøker som de har råd til. Etter handelen har alle like mye penger igjen. Hvor mange bøker kjøpte Frode, Mary og Tina til sammen? (Anta at hver bok koster et heltallig antall kroner, og at prisen var mer enn 1 krone.)

   A) 12 B) 18 C) 20 D) 22 E) 25

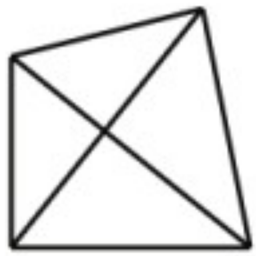
Løsninger:

1. C. Hvis han har en av hver mynt, så har han $1 + 5 + 10 + 20 = 36$ kroner. Siden $180 = 5 \cdot 36$, så har Petter fem av hver mynt, til sammen 20 mynter.

2. D. Anta at hver bok koster x kroner. Hvis Frode, Mary og Tina kjøpte henholdsvis F, M og T bøker, så sier oppgaven at $70 = Fx + r, 96 = Mx + r \text{ og } 135 = Tx + r$, der r er antall kroner hver av dem har igjen etter handelen. Hvis vi trekker den første likningen fra den andre, får vi $26 = (M - F)x$, og trekker vi den første fra den tredje, får vi $65 = (T - F)x$. Altså er både 26 og 65 delelige med x. Men den eneste felles faktor til 26 og 65 som er større enn 1, er 13. Altså koster hver bok 13 kroner. Frode fikk kjøpt 5 bøker, Mary 7 bøker og Tina 10 bøker. Til sammen kjøpte de $5 + 7 + 10 = 22$ bøker (og de hadde igjen 5 kroner hver etterpå).

DAG 4

1. De to diagonalene i firkanten står vinkelrett på hverandre. Hvis begge diagonalene er 4 cm lange, hva er da arealet av firkanten?



A) 6 cm^2 B) 8 cm^2 C) 12 cm^2 D) 16 cm^2 E) $4\sqrt{2}$ cm^2

2. Er tallet 359999 et primtall?

Løsninger:

1. *B*. Del firkanten i to trekanter langs en av diagonalene. De to trekantene har begge denne diagonalen som grunnlinje, og deler av den andre diagonalen som høyde. Summen av arealene av de to trekantene er dermed produktet av de to diagonalene delt på 2, altså $4 \cdot \frac{4}{2} = 8$ cm^2.

2. Nei. Konjugatsetningen sier at $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$. Vårt tall kan dermed skrives $359999 = 360000 - 1 = 600^2 - 1 = 601 \cdot 599$.

DAG 5

1. I et bakeri er prisen på fire boller det samme som antall boller man får for 36 kroner. Hvor mye koster en bolle?

A) 2 kr B) 3 kr C) 4 kr D) 6 kr E) 9 kr

2. Er det mulig å finne fire påfølgende heltall slik summen er delelig på 4?

Løsninger:

1. *B*. Hvis en bolle koster x kroner, så sier oppgaven at $4x = \frac{36}{x}$. Dette kan skrives om til $x^2 = 9$, og vi får at $x = 3$.

2. Nei. Hvis det minste av de fire tallene er x, så er summen $x + (x+1) + (x+2) + (x+3) = 4x + 6$. Fjerdedelen av dette er $x + \frac{3}{2}$, og det er ikke et heltall.

DAG 6

1. I en butikk koster en loff 3 kroner mer enn et vanlig brød. Hvis tre loff koster dobbelt så mye som to brød, hva koster da et brød og en loff til sammen?
   A) 14 kr B) 18 kr C) 21 kr D) 27 kr E) 28 kr

2. Hvis du kaster kron og mynt 5 ganger, hva er sannsynligheten for at du får minst to kast på rad der mynten viser samme side opp?

   A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{15}{16}$ E) $\frac{31}{32}$

Løsninger:

1. *C*. Anta at et brød koster x kroner. Da koster en loff $x+3$ kroner og vi har likningen $3(x+3)=4x$. Løser vi denne likningen, får vi $x=9$. Altså koster et brød 9 kroner, og en loff 12 kroner. Til sammen koster et brød og en loff 21 kroner.

2. *D*. La oss regne ut sannsynligheten for det motsatte, nemlig at mynten viser annenhver gang kron og mynt. La oss si at det første kastet blir kron (argumentet blir det samme om du antar at det første kastet er mynt). Det andre kastet blir da mynt med sannsynlighet $\frac{1}{2}$. Det tredje kastet blir kron med sannsynlighet $\frac{1}{2}$. Det fjerde kastet blir mynt med sannsynlighet $\frac{1}{2}$, og det det femte kastet blir kron med sannsynlighet $\frac{1}{2}$. Sannsynligheten for å få kron og mynt annenhver gang er dermed $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$, og sannsyligheten for å få minst to like på rad blir $1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$.

DAG 7

1. Hvor mange av heltallene mellom 100 og 200 er delelige med 6?

   A) 6 B) 12 C) 16 D) 17 E) 33

2. Fire gutter kjøpte en båt for 6000 kroner. Den første gutten betalte halvparten så mye som de andre til sammen. Den andre gutten betalte en tredjedel av det de andre betalte til sammen, og den tredje gutten betalte en fjerdedel av det de andre betalte til sammen. Hvor mye betalte den fjerde gutten?

   A) 500 kr B) 800 kr C) 1100 kr D) 1200 kr E) 1300 kr

Løsninger:

1. *D*. Det minste slike heltall er $102=17\cdot 6$, mens det største er $198=33\cdot 3$. Dermed er det $33-17=161$ slike heltall som er større enn 102, og totalt blir det 17 tall mellom 100 og 200 som er delelige med 6.

2. *E*. Hvis den første gutten betalte x kroner, så betalte de andre $6000 - x$ kroner til sammen. Siden $x = \frac{1}{2}(6000 - x)$, får vi $3x = 6000$, og dermed $x = 2000$. Hvis den andre gutten betalte y kroner, får vi $y = \frac{1}{3}(6000 - y), 4y = 6000$ og dermed $y = 1500$. Og hvis den tredje gutten betalte z kroner, får vi tilsvarende $5z = 6000$ og $z = 1200$. De tre første guttene betalte til sammen $2000 + 1500 + 1200 = 4700$ kroner, så den fjerde gutten må ha betalt $6000 - 4700 = 1300$ kroner.