OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

SETT 15

DAG 1

1. Hvilken av følgende volumer er det samme som en halv liter?

   A) 50 cm^3 B) 500 cm^3 C) 0,5 m^3 D) 0,05 m^3 E) 0,005 m^3

2. Familien Hansen og familien Jensen er begge stolte over hagene sine. Hansens hage er kvadratisk, mens Jensens hage har form for et rektangel der den ene siden er tre ganger så lang som den andre. Omkretsen til Jensens hage er 20% større enn omkretsen til Hansens hage. Hvilken av hagene er størst?

Løsninger:

1. *B*. 1 liter er det samme som 1 dm^3 = 1000 cm^3. En halv liter blir dermed 500 cm^3. (0,005 m^3 er for øvrig det samme som 5 liter)

2. Jensens hage er størst. La oss anta at Hansens hage er på $10 \cdot 10$ meter. Omkretsen av denne hagen blir da 40 meter. Dermed har Jensens hage en omkrets på 48 meter, og vi finner at hagens lengde og bredde må være 6 og 18 meter. Arealet av Hansens hage er 100 kvadratmeter, mens arealet av Jensens hage er $6 \cdot 18 = 108$ kvadratmeter.

DAG 2

1. William kan se tilbake på et langt arbeidsliv. Han jobbet som lærer i 45 år. Han begynte som lærer da han var en tredjedel så gammel som han er nå, og han har vært pensjonist i $\frac{1}{15}$ av sitt liv. Hvor gammel er William?

   A) 70 år B) 75 år C) 80 år D) 85 år E) 90 år

2. Et rektangel har omkrets 46 cm og areal 132 cm^2. Hva er sidelengdene i rektangelet?

Løsninger:

1. *B*. Den andelen av livet William ikke jobbet, er $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$. Så de 45 årene svarer til $\frac{3}{5}$ av hans liv. William er dermed 75 år.

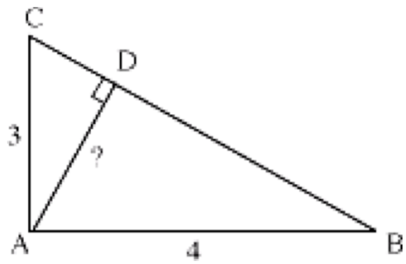
2. Sidelengdene er 11 cm og 12 cm. Hvis vi kaller sidelengdene x og y får vi at $2(x+y) = 46$ og $xy = 132$. Den første likningen gir $y = 23 - x$, som innsatt i den andre gir $23x - x^2 = 132$. Løser vi 2.gradslikningen $x^2 - 23x + 132 = 0$, finner vi $x = 11$ eller $x = 12$.

DAG 3

1. Radiusen til en sirkel øker med *50%.* Med hvor mange prosent øker sirkelens areal?

A) 100% B) 125% C) 133 % D) 166% E) 225%

2. ABC er en rettvinklet trekant med mål som gitt på figuren. AD står vinkelrett på BC. Hvor langt er da linjestykket AD?



A) 2 B) 2,25 C) 2,33 D) 2,4 E) 2,5

Løsninger:

1. B. Hvis opprinnelig radius er r, så er arealet πr^2. Økes radien med 50% til $\frac{3r}{2}$ blir arealet $\frac{9\pi 2^2}{4}$. Det vil si en økning på $\frac{5}{4}$ av opprinnelig areal, altså 125%.

2. D. Ved Pythagoras' læresetning er $BC^2 = 16 + 9 = 25$, altså er $BC = 5$. Trekantens areal er $3 \cdot \frac{4}{2} = 6$, men arealet kan også uttrykkes som $5 \cdot \frac{AD}{2}$. Dermed er $5 \cdot \frac{AD}{2}$=6, og vi får at $AD = \frac{12}{5} = 2{,}4$.

DAG 4

1. I en sjakkturnering deltar 4 gutter og 6 jenter. Alle spiller mot alle én gang. I hvor mange partier er det en gutt og en jente som møtes?

   A) 10 B) 15 C) 21 D) 24 E) 30

2. En rulletrapp beveger seg oppover med konstant fart. En person gikk oppover rulletrappen og tok ett trinn per sekund. Han brukte 20 sekunder fra bunnen av trappen til toppen. Neste gang tok han to trinn per sekund og brukte da 16 sekunder på å nå toppen. Hvis rulletrappen hadde stått stille, hvor mange sekunder ville han brukt på hele trappen dersom han tok ett trinn per sekund?

   A) 24 B) 36 C) 48 D) 64 E) 80

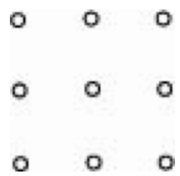
Løsninger:

1. *D*. Hver av de 4 guttene spiller 6 partier mot jenter. Totalt blir det dermed 24 partier der en gutt møter en jente.

2. *E*. Anta at rulletrappen i bevegelse holder en fart på x trinn per sekund. Med en fart på $x + 1$ trinn/sek tar det altså 20 sekunder å komme opp, og med en fart på $x + 2$ trinn/sek tar det 16 sekunder. Antall trinn kan altså uttrykkes både som $20(x + 1)$ og $16(x + 2)$. Likningen $20(x + 1) = 16(x + 2)$ har $x = 3$ som eneste løsning, som gir at trappen totalt har 80 trinn.

DAG 5

1. Det er gitt 9 punkter som vist på figur. Hvor mange linjer kan man tegne som inneholder nøyaktig to av punktene?



   A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

2. Hvis du har 4 kronestykker og kaster dem på gulvet, hva er sannsynligheten for at du får 2 ”kron” og 2 ”mynt”?

   A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{8}$

Løsninger:

1. *B*. Fra hvert av de fire hjørnepunktene kan man bare trekke to slike linjer (til de to nabopunktene til motstående hjørne). I tillegg kan man trekke fire linjer som forbinder nabopunktene til hjørnene. Punktet i midten kan ikke forbindes med noe annet punkt uten at det blir tre punkter på linjen. Totalt får vi altså $8 + 4 = 12$ linjer.

2. *E*. For hvert kronestykke er det 2 muligheter. Totalt blir det dermed $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ mulige kombinasjoner av kron/mynt, og disse er alle like sannsynlige. Av disse er det 6 muligheter med 2 kron og 2 mynt: *MMKK, MKMK, MKKM, KMMK, KMKM, KKMM*. Sannsynligheten blir dermed $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

DAG 6

1. En dag løp Marie og Line til sammen *16* runder på en bane. Hvis begge hadde løpt én runde til, så ville Marie ha løpt dobbelt så langt som Line. Hvor mange runder løp Marie?

   A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

2. Bård og Ingrid spiller et spill. Annenhver gang skal de fjerne *1, 2* eller *3* fyrstikker fra en haug. Vinneren er den som tar den siste fyrstikken. Bård begynner, men Ingrid kan velge hvor mange fyrstikker de skal starte med. Hvilket av følgende tall bør Ingrid velge?

   A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

Løsninger:

1. *E*. Hvis Marie løp x runder og Line løp y runder, så sier oppgaven at $x + y = 16$ og $x + 1 = 2(y + 1)$. Den siste likningen kan skrives om til $x = 2y + 1$, og setter vi inn $y = 16 - x$, får vi $x = 32 - 2x$ som gir $3x = 33$, og dermed $x = 11$.

2. *D*. Hvis de hadde startet med 4 fyrstikker, så vil Ingrid vinne. Etter at Bård har forsynt seg, så vil det ligge igjen 1, 2 eller 3 fyrstikker, og Ingrid kan ta resten. Ingrid vinner også hvis de hadde startet med 8 fyrstikker, fordi etter at Bård har fjernet noen fyrstikker, så kan Ingrid passe på at det blir liggende 4 igjen etter sin tur. Tilsvarende ser vi at Ingrid vil vinne hvis de starter med 12, 16, 20 eller 24 fyrstikker.

DAG 7

1. Hvis du kjøper 15 grønne epler for 2 kroner stykket og 10 røde epler for 3 kroner stykket, hva blir da gjennomsnittsprisen per eple?

   A) 2,30 kr B) 2,33 kr C) 2,36 kr D) 2,40 kr E) 2,50 kr

2. Hvor mange positive *2*-sifrede tall er slik at summen av sifrene pluss produktet av sifrene er lik tallet selv?

   A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 9

Løsninger:

1. *D*. De 25 eplene koster til sammen $15 \cdot 2 + 10 \cdot 3 = 60$ kroner. Gjennomsnittsprisen blir dermed $\frac{60}{25} = 2{,}40$ kroner.
2. *E*. Anta det to sifrede tallet skrives "ab", dvs. at tallet er $10a + b$. Betingelsen i oppgaven kan uttrykkes ved $10a + b = ab + a + b$, som kan skrives om til $10a = a(b + 1)$. Av dette ser vi at $b = 9$, og at a kan være hva som helst fra 1 til 9. Vi får dermed de 9 mulighetene 19, 29, 39, … , 99.