



matematikk.org

## OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

### SETT 1

#### DAG 1

1. Hvis Knut er dobbelt så gammel som Per, Per er dobbelt så gammel som Henrik, og Henrik er 9 år yngre enn Knut, hvor gammel er da Per?
2. En bro går over en elv som er 209 meter bred. Broen begynner et stykke fra vannkanten på begge sider av elva. Dersom en femtedel av broens lengde er over land på den ene siden, og en sjettedel av broens lengde er over land på den andre siden, hva er lengden av hele broen?

A) 250 m B) 270 m C) 300 m D) 309 m E) 330 m

#### Løsninger:

1. Per er 6 år. Hvis  $x$  er Henriks alder, så er Per  $2x$  og Knut  $4x$ .  $4x - x = 9$  gir  $3x = 9$ , og dermed  $x = 3$ . Henrik er altså 3 år, Per er 6 og Knut er 12.
2. *E.* Hvis broen er  $x$  meter lang, så vil  $x/5 + x/6 = 11x/30$  meter av broen være over land. Det betyr at  $19x/30$  meter av broen ligger over vann.  $19x/30 = 209 = 19 \cdot 11$  gir at  $x = 30 \cdot 11 = 330$ .

#### DAG 2

1. Et kvadratisk papirstykke brettes langs midten til et rektangel med omkrets 18 cm. Hva er arealet av det opprinnelige papirstykket?

A)  $16 \text{ cm}^2$  B)  $25 \text{ cm}^2$  C)  $36 \text{ cm}^2$  D)  $64 \text{ cm}^2$  E)  $81 \text{ cm}^2$

2. Hva er sannsynligheten for å få minst én sekser når vi kaster to terninger?

A)  $1/3$  B)  $1/6$  C)  $5/18$  D)  $7/24$  E)  $11/36$

#### Løsninger:

1. *C.* Hvis kvadratets sidelengde er  $x$ , så vil rektangelet ha sider  $x$  og  $x/2$  og dermed omkrets  $3x$ .  $3x = 18 \text{ cm}$  gir at  $x = 6 \text{ cm}$ , og kvadratets areal blir dermed  $36 \text{ cm}^2$ .
2. *E.* Sannsynligheten for ikke å få en sekser med én terning er  $5/6$ , slik at sannsynligheten for ikke å få sekser i noen av kastene, er  $5/6 \cdot 5/6 = 25/36$ . Sannsynligheten for minst én sekser blir da  $1 - 25/36 = 11/36$ .



matematikk.org

### DAG 3

1. En  $3 \cdot 3 \cdot 3$  kube blir malt gul og delt opp i  $27 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$  kuber. Hvor mange kuber har maling på henholdsvis 0, 1, 2 og 3 sider?
2. Et uløst problem i matematikken er å bevise Goldbachs formodning, som sier at ethvert partall større enn 2 kan skrives som summen av to primtall. En enklere oppgave er følgende: Hvilket av disse tallene kan ikke skrives som *differansen* mellom to primtall?

A)1 B) 2 C) 7 D) 8 E) 35

#### Løsninger:

1. Den ene kuben i midten av den store kuben blir ikke malt, så vi har 1 kube uten maling. Kuben i midten på hver sideflate, det vil si ialt 6 kuber, blir malt på 1 side. En kube for hver av de 12 kantene blir malt på nøyaktig to sider, og en kube for hver av de 8 hjørnene males på tre sider. Svaret er altså 1, 6, 12 og 8.
2. C. Vi ser først at både 2 og 8 kan skrives som differensen mellom to primtall, for eksempel er  $2 = 5 - 3$  og  $8 = 11 - 3$ . For at et oddetall skal kunne skrives som differensen mellom to primtall, må det ene primtallet være odde og det andre jevnt. Fordi 2 er det eneste jevne primtallet, må dette være det ene primtallet. Vi finner at  $1 = 3 - 2$  og  $35 = 37 - 2$ . 7 går imidlertid ikke; vi kan skrive  $7 = 9 - 2$ , men 9 er ikke primtall.

### DAG 4

1. Erik har en terrasse på  $7 \cdot 2$  meter, og ønsker å flislegge denne med fliser som er  $25 \cdot 25$  cm. Hvor mange fliser trenger han?
2. Et sylinderformet glass har radius 3 cm og høyde 8 cm. Et annet sylinderformet glass rommer like mye som det første, men har radius 2 cm. Hva er høyden til dette glasset?

A)9 cm B) 12 cm C) 15 cm D) 16 cm E) 18 cm

#### Løsninger:

1. D. Terrassen er på 14 kvadratmeter, og han trenger  $4 \cdot 4 = 16$  fliser for å dekke 1 kvadratmeter. Totalt trenger Erik altså  $14 \cdot 16 = 224$  fliser.



matematikk.org

2. *E.* Volumet av en sylinder med radius  $r$  og høyde  $h$  er gitt ved  $V = \pi r^2 h$ . Vi har derfor  $\pi 3^2 \cdot 8 = \pi 2^2 x$ , der  $x$  er høyden  $h$  (i cm) til det siste glasset. Vi løser likningen med hensyn på  $x$ , og finner  $x = \frac{\pi 3^2 \cdot 8}{\pi 2^2} = \frac{9 \cdot 8}{4} = 18$ .

## DAG 5

1. Fire hunder og tre katter veier 63 kg. Tre hunder og to katter veier 46 kg. Hvis vi antar at hundene veier like mye, og at kattene veier like mye, hvor mye veier da to hunder og en katt?
- A) 26 kg B) 27 kg C) 28 kg D) 29 kg E) 30 kg
2. Hvilket firesifret tall er slik at hvis du ganger det med 9, får du det samme tallet skrevet baklengs?

### Løsninger:

1. *D.* Differansen mellom 63 kg og 46 kg er 17 kg og utgjør en hund og en katt. En hund og en katt veier altså til sammen 17 kg. Fordi vi vet at tre hunder og to katter veier 46 kg, må to hunder og en katt dermed veie  $46 \text{ kg} - 17 \text{ kg}$ , altså 29 kg.
2. Den eneste løsningen er 1089:  $1089 \cdot 9 = 9801$ .

## DAG 6

1. På en fest drakk 10 personer vin, 8 drakk øl, 4 drakk både vin og øl, mens én person drakk ingen av delene. Hvor mange var det på festen?
- A) 13 B) 15 C) 16 D) 17 E) 19
2. En diktator følte seg i godt humør en dag, og sa til en fange som sonet livstidsdom: "Jeg skal gi deg en sjanse til å bli løslatt. Her har du to hvite og to svarte kuler, og to esker. Du kan putte kulene oppi eskene på hvilken måte du vil slik at ingen av eskene er tomme. Deretter velger jeg meg en tilfeldig eske, og tar opp en tilfeldig kule fra den esken. Dersom kulen jeg tar opp er hvit, blir du satt fri." Hva er sannsynligheten for at fangen blir løslatt dersom fangen plasserer kulene smartest mulig?
- A)  $1/4$  B)  $1/3$  C)  $1/2$  D)  $2/3$  E)  $3/4$



matematikk.org

**Løsninger:**

1. B. Det må ha vært 6 ( $= 10 - 4$ ) som bare drakk vin, og 4 ( $= 8 - 4$ ) som bare drakk øl. Det blir 10 personer. I tillegg kommer de 4 som drakk begge deler, og den ene som ikke drakk noe. Totalt var det altså 15 personer på festen.
2. D. Hvis fangen plasserer to kuler i hver eske, har alle kulene like stor sannsynlighet for å bli trukket ut, og sannsynligheten for løslatelse er 50%. Men hvis han lar en hvit kule ligge alene i en eske, og legger de tre andre kulene i den andre esken, får vi en større sjanse. Sannsynligheten for at esken med den hvite kulen blir valgt er  $1/2$ , og i så fall vil fangen bli satt fri. Men han blir også satt fri med sannsynlighet  $1/3$  dersom den andre esken blir valgt. Totalt blir sannsynligheten altså  $1/2 \cdot 1 + 1/2 \cdot 1/3 = 2/3$ .

**DAG 7**

1. I det du åpner lommeboka, faller 2 kronestykker ned på gulvet. Hva er sannsynligheten for at minst én av dem viser "kron"?  
A)  $1/2$  B)  $2/3$  C)  $3/4$  D)  $5/6$  E)  $5/8$
2. Christine, Solveig og Heidi leker med klinkekuler. De har til sammen mellom 30 og 80 kuler. Så sier Christine: "Hvis jeg hadde hatt én kule til, så ville jeg hatt 4 ganger så mange kuler som Solveig og 5 ganger så mange kuler som Heidi." Hvor mange kuler har Solveig?  
A) 9 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

**Løsninger:**

1. C. Sannsynligheten for det motsatte, dvs. "mynt" i begge kastene, er  $1/2 \cdot 1/2 = 1/4$ . Sannsynligheten for å få minst én kron er derfor  $1 - 1/4 = 3/4$ .
2. B. Hvis Christine har  $N$  kuler, så må  $N + 1$  være delelig med både 4 og 5, og dermed også delelig med 20. Hvis vi setter  $N + 1 = 20x$ , ser vi at Solveig må ha  $5x$  kuler og Heidi  $4x$  kuler. Totalt har de da  $29x - 1$  kuler, og for at dette skal ligge mellom 30 og 80 må  $x = 2$ . Solveig har da  $5x = 10$  kuler.

