Fasit, julekalender ungdomstrinnet 2002

1. Før brettingen hadde vi et kvadrat. Når dette kvadratet brettes i to får vi omkrets 18. 18 = 6 + 6 + 3 + 3. Sidene i det opprinnelige kvadratet var 6. Svaret er derfor 36.

2. Vi starter med å sette opp alle tosifrete tall i 7-gangen:
   14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98
   Legg til 4 til alle disse tallene og forsøk å dele dem på 11. Det riktige svaret er 84 (siden 84 + 4 = 88 som kan deles på 11)

3. Rekken bygges opp ved at vi starter med 1, legger til 2 og får 3, legger til 3, legger til 4, legger til 5, osv. Dermed får vi 1, 3(1+**2**), 6(3+**3**), 10(6+4), 15(10+5), 21(15+**6**). Svaret er derfor 15.

4. Her blir det prøv og feil eller eventuelt et likningssystem: Tallet vi søker er xy, da må x + y = 9 og x * y = 20. Løsningene blir 45 og 54. Vi skulle finne det minste tallet som oppfyller disse kravene, så svaret er 45.

5. Dette tallet kan ikke være stort. Hvilke små kvadrattall har vi? 4, 9, 16, 25, ...Vi prøver: 4 = 2 x 2, Omkrets = 2 + 2 + 2 + 2 = 8. Dette stemmer ikke. Riktig svar blir 16.

6. Hvilke muligheter har vi? 10 x 10 = 100, **11 x 11 = 121**, 12 x 12 = 144, 13 x 13 = 169, 14 x 14 = 196, 15 x 15 = 225, 16 x 16 = 256, 17 x 17 = 289, 18 x 18 = 324, 19 x 19 = 361. Det enste av svarene som en kan lese likt både forfra og bakfra er 121. Sidene i dette kvadratet er 11.

7. 2 kan du få på én måte: 1 + 1, og 12 kan du få på én måte: 6 + 6. Summene 3 til 11 er det mange muligheter for å få:
   2 = 1 + 1
   3 = 1 + 2 , 2 + 1
   4 = 1 + 3 , 2 + 2 , 3 + 1
   5 = 1 + 4 , 2 + 3 , 3 + 2, 4 + 1
   ....
   11 = 5 + 6 , 6 + 5
   12 = 6 + 6
   Svaret er derfor 12.

8. Følgen består av de første primtallene, det vil si tallene som bare kan deles på seg selv og 1. Det eneste primtallet mellom 7 og 13, er 11.

9. Vi har at x – 10 må være 2· 1050 = 2100. Dermed må x = 2100 + 10 = 2110.

10. A står på 11, og D står på 38. Da må B stå på 20 og C stå på 29, slik at alle delene har lengde 9. Svaret blir derfor : 11 + 20 + 29 + 38 = 98

11. Elevene i 3. klasse utgjør $3 \cdot 5\% = 15\%$ av elevene på skolen. 15% av 240 er $(240 \cdot 15)/100 = 36$.

12. Vi må sjekke om 2016 er et multiplum av 24. $2016 = 84 \cdot 24$. Da ser vi at 2016 timer fram i tid tilsvarer 84 døgn fram i tid, dermed er klokka 11 om 2016 timer.

13. Denne følgen er bygd opp av 3-er potenser. $1 = 3^0$, $3 = 3^1$, $9 = 3^2$, $27 = 3^3$ og $81 = 3^4$. Tallet som mangler er derfor 27.

14. $11 + 1 = 12$, $12 \cdot 12 = 144$. Halvparten av 144 er 72.

15. Skriv opp alle tosifrede tall som er delelig med 15: 15, 30, 45, 60, 75, 90. De tosifrede tallene som er delelig med 19: 19, 38, 57, 76, 95. Da ser vi at svaret er 75, for bytter vi om på sifrene får vi 57 som er delelig med 19.

16. De fjorten første oddetallene er 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27. Summen av disse er 196. Kvadratroten av 196 er 14, dermed må sidelengden i kvadratet være 14. (Men kan benytte at summen av de n første oddetallene er n^2)

17. Kall tallet med første siffer x og andre y, dvs. $10x+y$. Dette skal være det dobbelte av produktet, dvs. $10x+y=2xy$. Det gir $x=y/(2y-10)$, som skal være et positivt heltall. Så y må være minst 6, dvs 6, 7, 8, eller 9. Kun 6 gir at x blir et heltall, nemlig $x=3$. Svaret er derfor 36.

18. For å finne det minste tallet som er et produkt av to odde primtall, må vi multiplisere de to minste odde primtallene som er 3 og 5. $3 \cdot 5 = 15$.

19. La sidene i det store kvadratet være 2x, og sidene i det lille kvadratet være x. Da har vi at $2x \cdot 2x - (x \cdot x) = n$, der n betegner et multiplum av 5. Dette gir at $3x^2=n$. Da er spørsmålet hva n må være. n må være delelig med 3 og samtidig et multiplum av 5. Siden $x^2=n/3$, må $n/3$ være et kvadrattall. Da har vi at
$n = 5 \cdot 5 \cdot 3 = 75$.

20. Vi setter kortsiden lik x. Da er langsiden $x + 8$. Dermed har vi at $x + x + (x + 8) + (x + 8) = 168$, som gir at $x = 38$. Dermed er en langside i rektangelet $38 + 8 = 46$ cm.

21. Si at vi velger å ha 4 fremst (på 1000-plass). Da kan vi danne 6 forskjellige kombinasjoner av tallene 1, 2 og 3 bak 4-tallet. Slik kan vi gjøre med hvert av de andre tallene fremst. Dermed får vi $6 + 6 + 6 + 6 = 24$ ulike tall.

22. Sett hunder = h og katter = k. da får vi følgende likningssystem: $4h + 3k = 63$ og $3h + 2k = 46$. Dette gir at $h = 12$ og $k = 5$. Vi skulle finne ut hva to hunder og en katt veier til sammen: $2 \cdot 12 + 5 = 29$.

23. Magnus er x år, Heidi er y år. Vi setter opp to likninger: $x = 2y$ og $x - 17 = 3(y - 17)$. Dette gir at y = Heidi = 34 år.

24. La tallene x og y. Da har vi at $x + y = 15$, og $x - y = 3$. Løsningen på dette systemet er $y = 6$ og $x = 9$. Dermed blir svaret $x \cdot y = 6 \cdot 9 = 54$.