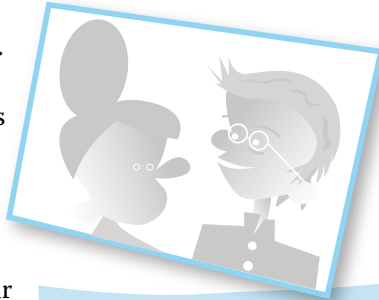


Matematiske utfordringer

OPPGAVENE ER LAGD AV MATEMATISK INSTITUTT VED UNIVERSITETET I OSLO



– Hei farfar, roper Mia. Ferien er nettopp begynt, og Mia og Marius skal feriere hos farfar og farmor. Det er alltid spennende å høre farfar og farmor fortelle fra da de var barn. Den gangen hadde de ikke TV, og nesten ingen hadde bil. Allerede første kvelden får de høre historier om gamle dager, og farfar har hentet fram fotoalbumene.



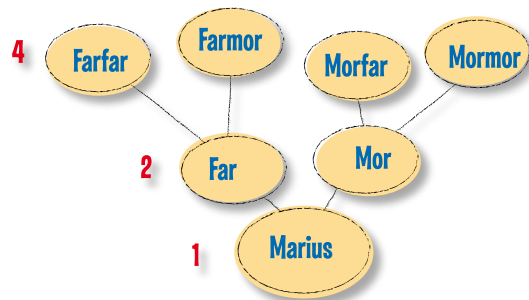
– Her ser dere min far og mor og min farfar og farmor, sier han og peker på et bilde.

– Det blir våre oldeforeldre og tippoldeforeldre, sier Marius.

– Helt riktig. Har dere forresten tenkt over mange oldeforeldre og tippoldeforeldre dere har, spør farmor.

– Nei, egentlig ikke, men det kan vi finne ut av, sier Mia. – Alle barn har jo to foreldre, og hver av dem har to foreldre, og så videre.

– Vi tegner et slektskart, sier Marius.



– Slik kan vi fortsette. Det er ganske enkelt, for alle mennesker har jo to foreldre. Hvis jeg starter med meg, så har jeg to foreldre og fire besteforeldre, og ...

Oppgave 1

Kan du fortsette mønsteret til Marius og finne hvor mange oldeforeldre og tippoldeforeldre han har? Kan du finne et mønster for hvor mange forfedre Marius har i hver generasjon bakover?

– Vet dere at et slikt slektsstre blir helt annerledes for bier? spør farfar.

Farfaren til Mia og Marius er så interessert i bier at han har en egen bikube stående bak huset. Biene produserer den beste honningen i verden, påstår han. Mia er enig.

– Hos biene er det slik at alle hunnbier har både mor og far, mens hannbiene bare har mor og ingen far.

– Så rart, sier Mia, og begynner å tegne slektsstre for en hannbie.

– Så rart, sier Mia, den hannbien vi startet med, har én forelder, to besteforeldre, tre oldeforeldre og ...

– Og fem tippoldeforeldre, skyter farmor inn. Jeg tror jammen antallet i hver generasjon er et Fibonacci-tall!

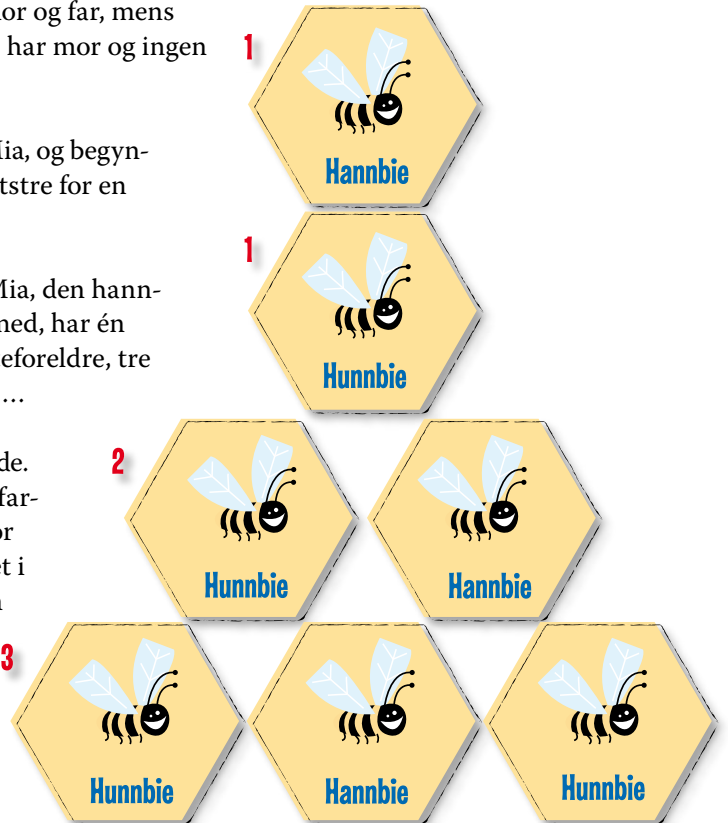
Oppgave 2

Tegn videre på slekstreet, og finn ut hvor mange bier det blir i hver generasjon bakover. Finn ut hva Fibonacci-tallene er, og undersøk om farmor har rett. (Tips: Les artikkelen «Det gyldne snitt» på nysgjerriger.no)

Etterpå satte de seg for å se i fotoalbumet igjen. Snart var det imidlertid leggetid, og da de gikk til sengs, fikk de en vanskelig oppgave av farfar.

Oppgave 3

I en slekt viser det seg at alle personer får akkurat to barn. Hvor mange søskenbarn har hver person? Og hvor mange tremenninger har hun?



Løsninger matematiske utfordringer

Oppgave 1

- Åtte oldeforeldre og 16 tippoldeforeldre
- For hver generasjon du går bakover, dobles antallet

Oppgave 2

- Antallet i de neste generasjonene blir: 5, 8, 13, 21
- Fibonacci-tallene er 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 osv. Du finner hele tiden neste tall ved å legge sammen de to tallene som kommer rett foran i rekken, eks: $(2 + 3 = 5)$ $(5 + 8 = 13)$ $(8 + 13 = 21)$ $(13 + 21 = 34)$ $(21 + 34 = 55)$ $(34 + 55 = 89)$

Oppgave 3

Først legger vi merke til at alle personer har akkurat én søsken (siden det i hver familie er to barn). Alle barn har to foreldre og fire besteforeldre. Vi bruker nå opplysningen om at alle personer har én søsken. Det vil si at i «foreldregenerasjonen» er det to søsken i tillegg til foreldrene (det er onkler/tanter), og i «besteforeldregenerasjonen» er det fire søsken i tillegg til besteforeldrene.

- De to onklene/tantene får to barn hver, altså blir det fire søskenbarn
- De fire søsknene til besteforeldrene får alle to barn hver, som igjen alle får to barn hver. Det blir altså $4 \times 2 \times 2 = 16$ tremenninger.