



www.matematikk.org

Eksamensoppgavesettet er utarbeidet av Utdanningsdirektoratet. Avvik fra det originale eksamenssettet er eventuelle spesifiseringer og illustrasjoner. Løsningsforslagene i sin helhet er utarbeidet av matematikk.org.

Nettkoden som står til høyre for oppgavetittelen brukes i søkefeltet på www.matematikk.org for å åpne oppgaven og se utfyllende løsningsforslag.

Våre samarbeidspartnere:



REA3022 2017 Vår



Eksamenstid:

5 timer:

Del 1 skal leveres inn etter 3 timer.

Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.

Hjelpemidler på Del 1:

Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.

Hjelpemidler på Del 2:

Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Framgangsmåte:

Del 1 har 7 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver.

Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling.

Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.

Veiledning om vurderingen:

Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du

- viser regneferdigheter og matematisk forståelse
- gjennomfører logiske resonnementer
- ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner
- kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler
- forklarer framgangsmåter og begrunner svar
- skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger
- vurderer om svar er rimelige



DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng) [Nettkode: E-4QXO](#)

Deriver funksjonene.

a)

$$f(x) = 2x^3 - 5x + 4$$

b)

$$g(x) = x^2 e^x$$

c)

$$h(x) = \sqrt{x^2 - 3}$$

Oppgave 2 (4 poeng) [Nettkode: E-4QXS](#)

Skriv så enkelt som mulig

a)

$$\frac{x^2-3}{x^2-9} + \frac{1}{x+3} + \frac{5}{x-3}$$

b)

$$2 \ln(a^{-3}b^2) - 3 \ln\left(\frac{b}{a^2}\right)$$

Oppgave 3 (4 poeng) [Nettkode: E-4QXV](#)

Tre punkt $A(-1,6)$, $B(2,1)$ og $C(4,4)$ er gitt.

a)

Bestem $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{AC}$.

b)

Et punkt D er gitt slik at

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$$

Bestem koordinatene til D .



Oppgave 4 (6 poeng) [Nettkode: E-4QXY](#)

Funksjonen P er gitt ved

$$P(x) = 2x^3 - 6x^2 - 2x + 6$$

a)

Begrunn at $(1,0)$ er et vendepunkt på grafen til P .

b)

Faktoriser $P(x)$ i lineære faktorer.

c)

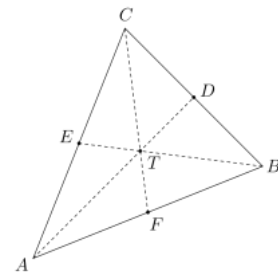
Løs likningen

$$2e^{3x} - 6e^{2x} - 2e^x + 6 = 0$$

Oppgave 5 (6 poeng) [Nettkode: E-4QY2](#)

Hjørnene i en trekant er $A(1,0)$, $B(6,2)$ og $C(3,5)$.

Midtpunktene på sidene i trekanten er D , E og F . Se figuren.



a)

Forklar at koordinatene til punktene D , E og F er

$$D\left(\frac{9}{2}, \frac{7}{2}\right), E\left(2, \frac{5}{2}\right) \text{ og } F\left(\frac{7}{2}, 1\right)$$

b)

Skjæringspunktet mellom medianene i trekanten er T .

Forklar at vi kan skrive $\overrightarrow{AT}$ på to måter:

$$\overrightarrow{AT} = s \cdot \overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{AB} + t \cdot \overrightarrow{BE}$$

der s og t er reelle tall.

c)

Bruk vektorlikningene i oppgave b) til å bestemme s og t . Bestem koordinatene til T .



Oppgave 6 (4 poeng) [Nettkode: E-4QYA](#)

En fabrikk produserer lyspærer. Alle lyspærene blir kontrollert. I kontrollen blir 8,0 % av lyspærene forkastet. Nærmere undersøkelser viser at

- 92,0 % av de forkastede lyspærene er defekte
- 2,0 % av de godkjente lyspærene er defekte

a)

Vis at sannsynligheten er 9,2 % for at en tilfeldig produsert lyspære er defekt.

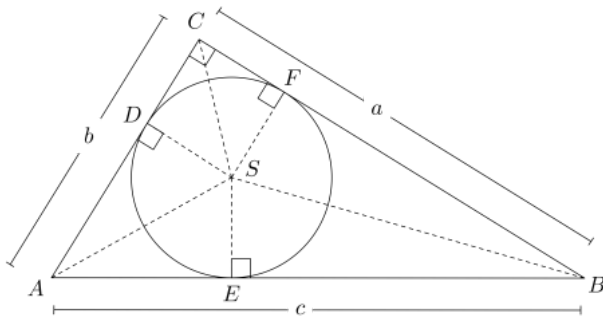
b)

Bruk Bayes' setning til å bestemme sannsynligheten for at en defekt lyspære blir forkastet i kontrollen.



Oppgave 7 (7 poeng) [Nettkode: E-4QYD](#)

En rettvinklet $\triangle ABC$ der $\angle C = 90^\circ$ er gitt. Den innskrevne sirkelen har sentrum S og radius r . Sirkelen tangerer trekanten i punktene D , E og F . Vi setter $AC = b$, $BC = a$ og $AB = c$. Du får oppgitt at $BF = BE$ og $AD = AE$.



a)

Bruk figuren til å forklare at $a = BF + r$ og $b = AD + r$.

b)

Av figuren ser vi dessuten at $c = AE + BE$.

Vis at $a + b - c = 2r$.

c)

Forklar at vi kan skrive arealet T av trekanten på to måter:

$$T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \quad \text{og} \quad T = \frac{1}{2} \cdot r \cdot (a + b + c)$$

d)

Bruk resultatene du fant i oppgavene b) og c) til å utlede Pytagoras' setning.



DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng) [Nettkode: E-4QYS](#)

I en kortstokk er det 52 kort. Kortene er fordelt på de fire fargene hjerter, ruter, spar og kløver. Hver farge har 13 kort fordelt på verdiene 2 til 10, knekt, dame, konge og ess. Tenk deg at du skal trekke tilfeldig fem kort fra kortstokken.

a)

Bestem sannsynligheten for at du kommer til å trekke nøyaktig tre kort med verdi 10.

b)

Bestem sannsynligheten for at du kommer til å trekke nøyaktig tre kort med samme verdi.

c)

Bestem sannsynligheten for at alle kortene du kommer til å trekke, har samme farge.



Figur 1: Ett mulig utfall i oppgave a)



Figur 2: Ett mulig utfall i oppgave b)



Figur 3: Ett mulig utfall i oppgave c)

Oppgave 2 (6 poeng) [Nettkode: E-4QYW](#)

Posisjonsvektoren til en partikkel er gitt ved

$$\vec{r}(t) = [t^2 - 1, t^3 - t]$$

a)

Tegn grafen til $\vec{r}$ når $t \in \left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right]$.

b)

Bestem fartsvektoren $\vec{v}(t)$ og akselerasjonsvektoren $\vec{a}(t)$.

c)

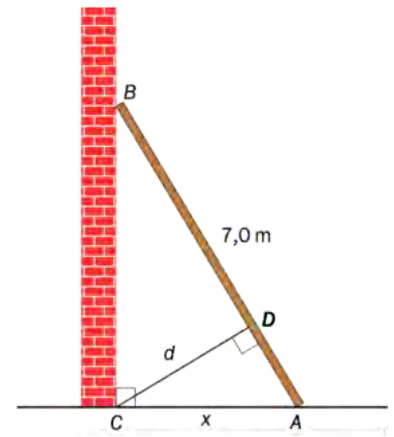
Bruk CAS til å bestemme den minste banefarten til partikkelen.



Oppgave 3 (4 poeng) [Nettkode: E-4QZ0](#)

En stige på 7,0 m er stilt opp langs en vegg. Stigen danner sammen med vegg og bakken en rettvinklet $\triangle ABC$. Se figuren.

Vi setter $AC = x$. Den korteste avstanden fra C til stigen er d meter.



a)

Vis at $d = \frac{x\sqrt{49-x^2}}{7}$

b)

Bestem x slik at d blir lengst mulig.

Hvor lang er d for denne verdien av x ?



Oppgave 4 (8 poeng) [Nettkode: E-4QZ7](#)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 5x$$

a)

Bruk graftegner til å tegne grafen til f .

b)

Grafen til f har tre tangenter som går gjennom punktet $A(4,3)$.

Forklar at x -koordinaten til tangeringspunktene må være løsning av likningen

$$\frac{f(x) - 3}{x - 4} = f'(x)$$

c)

Bruk CAS til å løse denne likningen. Bestem likningen til hver av tangentene.

d)

La $P(a, b)$ være et punkt i planet.

Hva er det maksimale antallet tangenter grafen til f kan ha som går gjennom P ?

