



www.matematikk.org

Eksamensoppgavesettet er utarbeidet av Utdanningsdirektoratet. Avvik fra det originale eksamenssettet er eventuelle spesifiseringer og illustrasjoner. Løsningsforslagene i sin helhet er utarbeidet av matematikk.org.

Nettkoden som står til høyre for oppgavetittelen brukes i søkefeltet på www.matematikk.org for å åpne oppgaven og se utfyllende løsningsforslag.

Våre samarbeidspartnere:



REA3024 2016 HØST



Eksamenstid

5 timer:

Del 1 skal leveres inn etter 3 timer.

Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.

Hjelpemidler på del 1

Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler

Hjelpemidler på del 2

Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Framgangsmåte

Del 1 har 7 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver.

Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling.

Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.

Veiledning om vurderingen

Poeng i del 1 og del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du

- viser regneferdigheter og matematisk forståelse
- gjennomfører logiske resonnementer
- ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner
- kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler
- vurderer om svar er rimelige
- forklarer framgangsmåter og begrunner svar
- skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

Andre opplysninger

Kilder for bilder, tegninger osv.:

- Befolkning: www.dagbladet.no (06.05.2016)
- Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet



DEL 1 uten hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng) [Nettkode: E-4PBT](#)

Deriver funksjonene

$$f(x) = 3 \cos 2x$$

b)

$$g(x) = e^{\sin x}$$

c)

$$h(x) = \frac{x}{\sin x}$$

Oppgave 2 (5 poeng) [Nettkode: E-4PBX](#)

Bestem integralene

a)

$$\int (x^2 - 3x + 2) \, dx$$

b)

$$\int x \cos x \, dx$$

c)

$$\int 2x \sin x^2 \, dx$$

Oppgave 3 (4 poeng) [Nettkode: E-4PC1](#)

En rett linje går gjennom $A(0, 0)$ og $B(h, r)$ der h og r er to positive tall.

a)

Bestem ligningen for linjen, uttrykt ved h og r .

b)

Linjestykket AB roteres 360° om x -aksen. Vi får da et omdreiningslegeme.

Bestem et uttrykk for volumet til omdreiningslegemet.

Hva slags legeme har du regnet ut volumet til?



Oppgave 4 (6 poeng) [Nettkode: E-4P7A](#)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 5, D_f = \langle 0, 12 \rangle$$

a)

Bestem perioden til f .

b)

Bestem ekstremalverdiene $y_{\min}$ og $y_{\max}$.

c)

Forklar hvorfor grafen vil ha alle sine vendepunkter på likevektlinjen. Bestem koordinatene til vendepunktene.

d)

Lag en skisse av grafen til f .

Oppgave 5 (5 poeng) [Nettkode: E-4PC4](#)

Vi har gitt differensialligningen

$$y'' - 4y' - 5y = 0$$

a)

Vis at $y = e^{rx}$ er en løsning til differensiallikningen når $r^2 - 4r - 5 = 0$.

b)

Bestem den generelle løsningen til differensialligningen.

c)

Bestem den spesielle løsningen som tilfredsstiller betingelsene $y(0) = 6$ og $y'(0) = 0$.



Oppgave 6 (5 poeng) Nettkode: E-4PC8

Brøken B_n er definert ved at telleren er summen av de n første oddetallene, mens nevneren er summen av de n neste oddetallene.

a)

Regn ut $B_2 = \frac{1+3}{5+7}$, $B_3 = \frac{1+3+5}{7+9+11}$ og $B_4 = \frac{1+3+5+7}{9+11+13+15}$.

Forkort svarene.

b)

Vis at summen av de n første oddetallene kan skrives $S_n = n^2$.

c)

Forklar at $B_n = \frac{S_n}{S_{2n}-S_n}$. Regn ut denne brøken.

Oppgave 7 (7 poeng) Nettkode: E-4PCC

Ligningen til en kuleflate er gitt ved

$$x^2 - 2x + y^2 + 2y + z^2 - 6z = 14$$

a)

Vis at punktet $A(4, 3, 3)$ ligger på kuleflaten.

b)

Vis at kulen har sentrum i $S(1, -1, 3)$. Bestem radien til kulen.

c)

Bestem ligningen for tangentplanet α til kuleflaten i punktet A .

d)

Et annet plan β går gjennom S og $B(1, 0, 1)$ og står normalt på α . Bestem ligningen til β .



DEL 2 med hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng) Nettkode: E-4PCH



Ved inngangen til 2015 var folketallet i Norge 5200000. I en modell for befolkningsveksten antar vi at

- netto innvandring per år vil være 44000
- antall som blir født per år, vil være 1,1% av folketallet
- antall som dør per år, vil være 0,8% av folketallet

Vi lar folketallet være $y(t)$, der t er antall år etter 2015.

a)

Forklar at vi kan skrive

$$y' = 0,003y + 44000, y(0) = 5200000$$

b)

Løs differensialligningen.

c)

Når vil folketallet passere 7 millioner ifølge denne modellen?

Hvor stor er vekstfarten i folketallet da?



Oppgave 2 (8 poeng) Nettkode: E-4PDI

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x^4}$$

a)

Bruk graftegner til å tegne grafen til f .

b)

Bruk CAS til å bestemme de eksakte koordinatene til toppunktene på grafen til f .

c)

Bestem det samlede arealet av områdene som er avgrenset av grafen til f og x -aksen.

d)

Grafen til f roteres 360° om x -aksen. Bestem volumet av omdreiningslegemet som da framkommer.

Oppgave 3 (7 poeng) Nettkode: E-4PDW

To plan α og β er gitt ved

$$\alpha : x - y - 3 = 0$$

$$\beta : x + pz - 4 = 0, p \in \mathbb{R}$$

a)

Vis at punktet $(4, 1, 0)$ ligger i begge planene.

b)

Bestem p slik at vinkelen mellom α og β blir 60° .

c)

Hvilken verdi for p vil gi den minste vinkelen mellom α og β ? Hvor stor er vinkelen?

d)

De to planene skjærer hverandre langs en linje ℓ . Bestem en parameterframstilling for ℓ uttrykt ved p .



Oppgave 4 (4 poeng) [Nettkode: E-4PE0](#)

Om en uendelig geometrisk rekke vet vi at

- summen er 8
- summen av de tre første leddene er 7

a)

Sett opp et ligningssystem som uttrykker opplysningene ovenfor.

b)

Bruk CAS til å bestemme kvotienten k og det første leddet a_1 i rekken.

