



www.matematikk.org

Eksamensoppgavesettet er utarbeidet av Utdanningsdirektoratet. Avvik fra det originale eksamenssettet er eventuelle spesifiseringer og illustrasjoner. Løsningsforslagene i sin helhet er utarbeidet av matematikk.org.

Nettkoden som står til høyre for oppgavetittelen brukes i søkefeltet på www.matematikk.org for å åpne oppgaven og se utfyllende løsningsforslag.

Våre samarbeidspartnere:



REA3022 2014 Vår



Eksamenstid:

5 timer:

Del 1 skal leveres inn etter 2 timer.

Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.

Hjelpemidler:

Del 1:

Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.

Del 2:

Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Framgangsmåte:

Du skal svare på alle oppgavene i Del 1 og Del 2.

Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte.

Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.

Veiledning om vurderingen:

Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du

- viser regneferdigheter og matematisk forståelse
- gjennomfører logiske resonnementer
- ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner
- kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler
- vurderer om svar er rimelige
- forklarer framgangsmåter og begrunner svar
- skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

Andre opplysninger:

Kilder for bilder, tegninger osv.

- Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet



DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng) [Nettkode: E-4CZW](#)

Deriver funksjonene

a)

$$f(x) = \ln(x^2 + x)$$

b)

$$g(x) = x \cdot e^x$$

c)

$$h(x) = (x^2 + 3)^4$$

Oppgave 2 (5 poeng) [Nettkode: E-4D00](#)

Polynomfunksjonen P er gitt ved

$$P(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 8, \quad D_P = \mathbb{R}$$

a)

Det kan vises at alle heltallige løsninger av $P(x) = 0$ går opp i konstantleddet (-8) .

Bruk dette til å finne et nullpunkt.

b)

Faktoriser $P(x)$ i førstegradsfaktorer.

c)

Løs ulikheten $\frac{x^3 - 7x^2 + 14x - 8}{x^2 - 1} \geq 0$



Oppgave 3 (4 poeng) [Nettkode: E-4D04](#)

Vektorene $\vec{a} = [-2, 1]$, $\vec{b} = [3, 6]$ og $\vec{c} = [k - 1, 4]$ er gitt, der $k \in \mathbb{R}$.

a)

Bestem $-2\vec{a} + \vec{b}$ og $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ved regning.

b)

Bestem k slik at $\vec{b} \parallel \vec{c}$

c)

Bestem k slik at $|\vec{c}| = |2\vec{a}|$

Oppgave 4 (4 poeng) [Nettkode: E-4D08](#)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 3x^4 - 6x^2, \quad D_f = \mathbb{R}$$

a)

Bestem nullpunktene til f .

b)

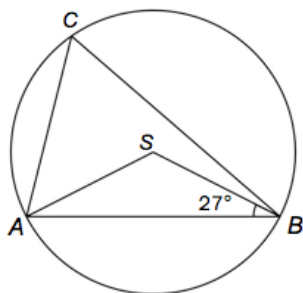
Bestem $f'(x)$. Bestem eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .

c)

Tegn en skisse av grafen til f for $x \in \langle -2, 2 \rangle$.

Oppgave 5 (2 poeng) [Nettkode: E-4D0D](#)

En $\triangle ABC$ er innskrevet i en sirkel med sentrum S der $\angle ABS = 27^\circ$. Bestem $\angle ACB$ ved et geometrisk resonnement.



Oppgave 6 (3 poeng) [Nettkode: E-4D0F](#)

La p være et oddetall større enn 1.

a)

Forklar at $\frac{p+1}{2}$ og $\frac{p-1}{2}$ begge er hele tall.

b)

Regn ut $\left(\frac{p+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{p-1}{2}\right)^2$.

Bruk resultatet til å skrive 151 som differansen mellom to kvadrattall.

Oppgave 7 (2 poeng) [Nettkode: E-4D0I](#)

Funksjonen h er gitt ved

$$h(x) = x^x, \quad x > 0$$

a)

Forklar at vi kan skrive

$$h(x) = e^{x \cdot \ln x}$$

b)

Bestem $h'(x)$.



DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng) [Nettkode: E-4D0L](#)

Tre punkter $A(1, 3)$, $B(5, -1)$ og $C(4, 4)$ er gitt.

a)

Bestem et punkt D på y -aksen slik at $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{BA}$.

b)

La M være midtpunktet på BC . Bestem koordinatene til M .

c)

Punktet P er gitt slik at $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MP}$.

Bestem ved regning koordinatene til P .

Oppgave 2 (6 poeng) [Nettkode: E-4D0P](#)

I en klasse er det 12 gutter og 16 jenter. Det skal trekkes ut en gruppe på 5 elever på en tilfeldig måte.

a

Bestem sannsynligheten for at det blir med akkurat én gutt i gruppen.

b)

Sannsynligheten er $\frac{44}{117}$ for at et bestemt antall gutter blir med i gruppen.

Hvor mange gutter blir det da med i gruppen?

c)

Arne og Betsy går i klassen. Vi definerer følgende hendelser:

A: Arne blir med i gruppen.

B: Betsy blir med i gruppen.

Forklar at $P(A|B) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{26}{3}}{\binom{27}{4}}$ og bestem sannsynligheten.



Oppgave 3 (6 poeng) Nettkode: E-4D0T

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 6x \cdot e^{-\frac{x^2}{8}}, \quad D_f = \mathbb{R}$$

a)

Bruk produktregelen og kjerneregelen til å vise at

$$f'(x) = \frac{3}{2} (4 - x^2) \cdot e^{-\frac{x^2}{8}}$$

b)

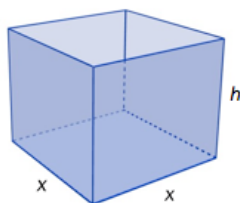
Tegn grafen til f' for $x \in \langle -6, 6 \rangle$.

c)

Bruk grafen til f' til å bestemme eventuelle topp-, bunn- og vendepunkter på grafen til f .

Oppgave 4 (6 poeng) Nettkode: E-4D0Y

Vi skal lage et kar med form som et rett prisme uten lokk. Grunnflaten skal være et kvadrat med side x dm, og karet skal ha høyde h dm. Vi vil lage karet slik at det samlede overflatearealet blir 12 dm^2 .



a)

Forklar at $x^2 + 4xh = 12$. Bestem et uttrykk for h .

b)

Bestem hvilke verdier x kan ha.

c)

Bestem et uttrykk for volumet $V(x)$ av karet.

d)

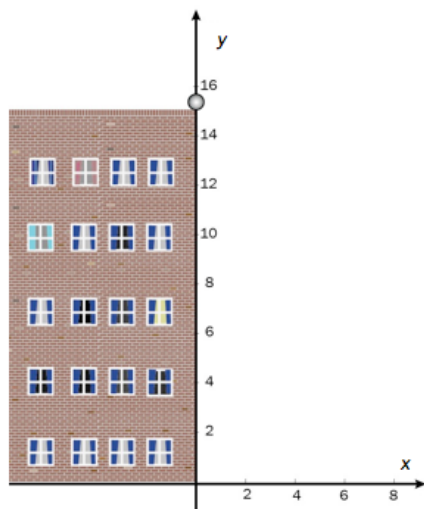
Vi ønsker å fylle vann i karet. Bestem ved regning x slik at karet rommer mest mulig vann.

Hvor mange liter blir det da plass til?



Oppgave 5 (7 poeng) Nettkode: E-4D14

En liten ball triller horisontalt utfor et flatt tak, 15,0 m over bakken.



Posisjonsvektoren til ballen t sekunder etter at den har forlatt taket, er

$$\vec{r}(t) = [3t, 15 - 4,9t^2]$$

a)

Hvor lang tid tar det før ballen treffer bakken?

b)

Tegn grafen til $\vec{r}$.

c)

Bestem farten til ballen etter 0,8 s. Tegn inn fartsvektoren $\vec{v}(0,8)$ i det aktuelle punktet på grafen til $\vec{r}$.

d)

Bestem akselerasjonen $\vec{a}(t)$. Tegn inn akselerasjonsvektoren $\vec{a}(0,8)$ i det aktuelle punktet på grafen til $\vec{r}$.



Oppgave 6 (5 poeng) [Nettkode: E-4D19](#)

Vi skal løse likningen nedenfor med hensyn på x

$$n^n \cdot \left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = x^n, \quad x > 0, \quad n > 0$$

a)

Vis at denne likningen kan omformes til

$$\lg \left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = \lg \left(\frac{x}{n}\right)^n$$

b)

Vis at likningen videre kan skrives

$$(\lg x - n) \cdot (\lg x - \lg n) = 0$$

c)

Bruk likningen i oppgave b) til å bestemme x uttrykt ved n .

