MAT0010 2014 VÅR

Eksamenstid:
5 timer totalt. Del 1 og Del 2 skal deles ut samtidig.

Del 1 skal du levere innen 2 timer.

Del 2 skal du levere innen 5 timer.

Hjelpemidler på Del 1:
Ingen hjelpemidler er tillatt, bortsett fra vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.

Hjelpemidler på Del 2:
Før Del 1 er levert inn, er ingen hjelpemidler tillatt, bortsett fra vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Etter at Del 1 er levert inn, er alle hjelpemidler tillatt, med unntak av Internett eller andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Framgangsmåte og forklaring:
Del 1 har 16 oppgaver. Du skal svare på alle oppgavene. Skriv med penn når du krysser av eller fører inn svar i Del 1.

Del 2 har 8 oppgaver. Du skal svare på alle oppgavene.

I regneruter skal du vise hvordan du kommer fram til svaret.

Ved konstruksjon skal du bruke passer, linjal og blyant.

Du skal ikke kladde på oppgavearkene. Bruk egne kladdeark.

På flervalgsoppgavene setter du bare ett kryss per spørsmål.

Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte.

Vis hvordan du har kommet fram til svarene.

Før inn nødvendige mellomregninger. Skriv med penn.

I regnearkoppgaver skal du ta utskrift av det ferdige regnearket. Husk å vise hvilke formler du har brukt i regnearket.

Du skal levere utskriften sammen med resten av besvarelsen.

Dersom du bruker en digital graftegner, skal skala og navn på aksene være med på utskriften.

Eksempel:

Uttrykket $3 \cdot (1+2 \cdot 2)^2$ har verdien

35 50 62 75

○ ○ ○ ⊗

Veiledning om vurderingen:
Den høyeste poengsummen i Del 1 er 24 og den høyeste poengsummen i Del 2 er 36, men den er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering på grunnlag av Del 1 og Del 2. Sensor vurderer i hvilken grad du

- viser regneferdigheter og matematisk forståelse
- gjennomfører logiske resonnementer
- ser sammenhenger i faget, er kreativ og kan anvende fagkunnskap i nye situasjoner
- kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler
- vurderer om svar er rimelige
- forklarer framgangsmåter og begrunner svar
- skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinge

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng) Nettkode: E-4BYH

Regn ut

a)
$831 + 1196 =$

Løsningsforslag a)

Vi setter opp regnestykket med ener under ener, tier under tier osv:

$$\begin{array}{r} 831 \\ +1196 \\ \hline = \\ \hline \end{array}$$

Vi starter med enerplassen. Summen av 1 og 6 er 7, så vi setter 7 på enerplassen:

$$\begin{array}{r} 831 \\ +1196 \\ \hline = 7 \\ \hline \end{array}$$

Så ser vi på tierplassen. Summen av 3 og 9 er 12, så vi setter 2 på tierplassen og flytter 1 opp til hundrerne. Vi gjør det samme på hundreplassen og tusenplassen, og får:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1} \\ 831 \\ +1196 \\ \hline =2027 \\ \hline \end{array}$$

Svar: $\underline{\underline{2027}}$

b)
$987 - 789 =$

Løsningsforslag b)

Vi setter opp regnestykket med ener under ener, tier under tier osv:

$$\begin{array}{r} 987 \\ -\ 789 \\ \hline = \\ \hline \end{array}$$

Vi starter med enerplassen. 9 er større enn 7, så vi veksler én tier fra tierplassen til ti enere. Da får vi stykket $17 - 9 = 8$, og vi må huske å skrive -1 over tierne siden vi vekslet inn en tier:

$$\begin{array}{rrrr} & & \scriptstyle -1 & \\ & 9 & 8 & 7 \\ - & 7 & 8 & 9 \\ \hline = & & & 8 \\ \hline \end{array}$$

På tierplassen blir stykket nå $7 - 8$. Fordi 8 er større enn 7 må vi låne fra hundreplassen, og vi får $17 - 8 = 9$:

$$\begin{array}{rrrr} & \scriptstyle -1 & \scriptstyle -1 & \\ & 9 & 8 & 7 \\ - & 7 & 8 & 9 \\ \hline = & 1 & 9 & 8 \\ \hline \end{array}$$

Svar: $\underline{\underline{198}}$

c)
$14{,}2 \cdot 3{,}1 =$

Løsningsforslag c)

Vi setter opp regnestykket:

$14{,}2 \cdot 3{,}1 =$

Vi multipliserer ett og ett siffer fra faktoren til høyre inn i faktoren til venstre. Vi starter med å multiplisere inn 1, men lar foreløpig vær å skrive komma i mellomsvaret:

$$\begin{array}{l} 14{,}2 \cdot 3{,}1 = \\ \hline 142 \end{array}$$

Nå multipliserer vi 3 med faktoren til venstre. Vi setter en null under sifferet lengst til høyre for å markere at vi har flyttet oss fra tiendedelsplassen til enerplassen:

$$\begin{array}{r} 14{,}2\cdot 3{,}1 = \\ \hline 142 \\ +426\circ \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

Nå adderer vi tallene. Antallet desimaler i resultatet skal være lik summen av antall desimaler i faktorene. Det er 1 desimal i første faktor og 1 desimal i andre faktor, så resultatet skal ha 2 desimaler.

$$\begin{array}{r} 14{,}2\cdot 3{,}1 = 44{,}02 \\ \hline 142 \\ +426\circ \\ \hline 4402 \\ \hline \end{array}$$

Svar: $\underline{\underline{44{,}02}}$

d)
$1620 : 120 =$

Løsningsforslag d)

Vi setter opp stykket:

$1620 : 120 =$

Vi ser på sifferne i dividenden. Vi kan ikke dividere 1 på 120, så vi tar med neste siffer. Vi kan heller ikke dividere 16 på 120, så vi tar med neste siffer. Vi dividerer $160 : 120 = 1$ og får 40 som rest. Vi skriver 1 i resultatet, og trekker ned 0:

$$\begin{array}{l} \;\;1620 : 120 = 1 \\ -120 \\ \hline \;\;\;\;42\downarrow \\ \;\;\;\;420 \end{array}$$

Vi ser at $420 : 120 = 3$ med 60 som rest, så vi setter 3 i resultatet:

$$\begin{array}{l} \;\;1620 : 120 = 13 \\ -120 \\ \hline \;\;\;\;42\downarrow \\ \;\;\;\;420 \\ \;\;-360 \\ \hline \;\;\;\;\;\;60 \\ \hline \end{array}$$

Vi setter komma bak 13, og trekker ned en null:

$$
\begin{array}{l}
\;\;1\,6\,20 : 120 = 13,5 \\
-1\,20 \\
\hline
\;\;\;\;42\downarrow \\
\;\;\;\;420 \\
\;\;-360 \\
\hline
\;\;\;\;\;\;60\downarrow \\
\;\;\;\;\;\;600 \\
\;\;\;\;-600 \\
\hline
\;\;\;\;\;\;\;\;\;0 \\
\hline
\end{array}
$$

Svar: $\underline{\underline{13{,}5}}$

ALTERNATIV LØSNING

Vi kan skrive divisjonsstykket som en brøk

$$\frac{1620}{120}$$

Så kan vi faktorisere telleren og nevneren. Vi skriver tallene som produkt av primtall:

$$\frac{1620}{120} = \frac{162 \cdot 10}{12 \cdot 10} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5}$$

Vi forkorter bort fellesfaktorer:

$$\frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{2} = \frac{27}{2} = 13{,}5$$

Oppgave 2 (2 poeng) Nettkode: E-4BYM

Gjør om

a)
$3{,}25\text{ h} = \_\_\_\_\text{ min}$

Løsningsforslag a)

1 h er 60 minutter. For å finne ut hvor mange minutter $3,25$ h er, må vi multiplisere med 60. Vi setter opp multiplikasjonsstykket:

$3,25\text{ h} = 3,25 \cdot 60\text{ min}$

Og regner ut:

$$\begin{array}{r} 3,25 \cdot 60 = 195 \\ \hline 0 \\ +19\,5\,00 \\ \hline 19\,5,00 \\ \hline \end{array}$$

Husk at antall desimaler i resultatet skal være lik summen av antall desimaler i faktorene. Den første faktoren har 2 desimaler, og den andre faktoren har null desimaler. Svaret skal derfor ha 2 desimaler.

Vi summerer svarene:

$3\text{ h} + 0,25\text{ h} = 180\text{ min} + 15\text{ min} = 195\text{ min}$

Svar: $\underline{\underline{3{,}25\text{ h er } 195\text{ min}}}$.

b)
$9{,}3\text{ t} = \_\_\_\_\text{ kg}$

Løsningsforslag b)

Vi skal gjøre om $9,3$ t til kg. Vi vet at 1 t er 1000 kg. Da er:

$9,3\text{ t} = 9,3 \cdot 1000\text{ kg} = 9300\text{ kg}$

Svar: $\underline{\underline{9{,}3\text{ tonn er } 9300\text{ kg}}}$.

c)

$2\,400\ \text{cm}^3 = \_\_\_\_\ \text{L}$

Løsningsforslag c)

Vi ser for oss at én kubikkcentimeter $1\ \text{cm}^3$ er en kube hvor alle sidekantene er $1\ \text{cm}$ lange. Volumet er:

$1\ \text{cm} \cdot 1\ \text{cm} \cdot 1\ \text{cm} = 1\ \text{cm}^3$

$10\ \text{cm}$ er $1\ \text{dm}$, så $1\ \text{cm}$ er $0,1\ \text{dm}$. Gjør vi om til dm er volumet av kuben:

$0,1\ \text{dm} \cdot 0,1\ \text{dm} \cdot 0,1\ \text{dm} = 0,001\ \text{dm}^3$

$1\ \text{cm}^3$ er det samme som $0,001\ \text{dm}^3$. Videre rommer én dm^3 en liter:

$1\ \text{dm}^3 = 1\ \text{L}$

Vi regner:

$2400\ \text{cm}^3 = 2400 \cdot 0,001\ \text{dm}^3 = 2,4\ \text{dm}^3$

Vi regner om til liter:

$2,4\ \text{dm}^3 = 2,4\ \text{L}$

Svar: $2400\ \text{cm}^3$ er $2{,}4$ L.

d)

$36\ \text{km/h} = \_\_\_\_\ \text{m/s}$

Løsningsforslag d)

$1\ \text{min}$ er $60\ \text{s}$, og $1\ \text{h}$ er $60\ \text{min}$. Da er:

$1\ \text{h} = 60 \cdot 60\ \text{s}$

$1\ \text{h} = 3600\ \text{s}$

$1\ \text{km}$ er $1000\ \text{m}$, vi skriver det med matematiske uttrykk:

$1\ \text{km} = 1000\ \text{m}$

Vi må gjøre om fra km/h til m/s. Vi skriver $1\ \text{km/h}$ som brøk, og setter inn:

$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1000\ \text{m}}{3600\ \text{s}}$

Vi forkorter brøken, og får:

$$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{10}{36} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vi skal gjøre om $36\ \text{km/h}$. Da må vi multiplisere med $\frac{10}{36}$:

$$36\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 36\ \cdot \frac{10}{36}\frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{36 \cdot 10}{36}\frac{\text{m}}{\text{s}} = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Svar: $36\ \text{km/h}$ er $10\ \text{m/s}$**.**

Oppgave 3 (1 poeng) Nettkode: E-4BYR

a)

Skriv på standardform

$62\ 000 =$ ____

Løsningsforslag a)

Vi skal skrive 62000 på standardform. Vi flytter komma slik at det bare er ett siffer før komma. Vi multipliserer med like mange tiere som antallet ganger vi flytter komma.

$$62000 = 6200 \cdot 10 = 620 \cdot 10^2 = 62 \cdot 10^3 = 6,2 \cdot 10^4$$

Svar: $\underline{\underline{6{,}2 \cdot 10^4}}$

b)

Regn ut

$\left((-3)^2\right)^2 - 3^0 =$ ____

Løsningsforslag b)

Vi skal regne ut uttrykket

$$((-3)^2)^2 - 3^0$$

Vi bruker regneregler for potenser. Den første regelen sier at alle tall opphøyd i null er lik 1:

$$a^0 = 1$$

Den andre regelen sier at hvis en potens er opphøyd i et tall, multipliserer vi eksponenten med det tallet:

$$\left(a^b\right)^2 = a^{b \cdot 2} = a^{2b}$$

Vi bruker den første regelen til å skrive om eksponenten til potensen til høyre:

$((-3)^2)^2 - 3^0$

$= ((-3)^2)^2 - 1$

Så bruker vi den andre regelen til å løse opp den ytterste parentesen:

$= (-3)^{2 \cdot 2} - 1$

$= (-3)^4 - 1$

Potensen $(-3)^4$ har grunntallet, -3, multiplisert med seg selv 4 ganger:

$= (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) - 1$

$$= 9 \cdot 9 - 1$$

$= 81 - 1 = \underline{80}$

Svar: $\underline{\underline{80}}$

Oppgave 4 (2 poeng) Nettkode: E-4BYU

Regn ut, og forkort brøken hvis det er mulig

a)
$\frac{1}{5} + \frac{1}{2} =$

Løsningsforslag a)

Fellesnevneren er $5 \cdot 2 = 10$. Vi utvider brøkene vedat vi multipliserer $\frac{1}{5}$ med 2 i både teller og nevner, og vi multipliserer $\frac{1}{2}$ med 5 i både teller og nevner:

$$\frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{2}{10}$$
$$\frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10}$$

Vi kan nå sette begge på fellesbrøkstrek og addere dem.

$$\frac{2}{10} + \frac{5}{10} = \frac{2+5}{10} = \frac{7}{10}$$

Svar: $\underline{\underline{\frac{7}{10}}}$

b)
$\frac{5}{2} - \frac{2}{3} =$

Løsningsforslag b)

Brøkene har forskjellig nevner:

$$\frac{5}{2} - \frac{2}{3}$$

2 er ikke en faktor i 3, og 3 er ikke en faktor i 2, så ingen av nevnerne kan være fellesnevner. Vi multipliserer nevnerne, og får fellesnevner $2 \cdot 3 = 6$. Vi multipliserer teller og nevner med samme tall for å utvide brøkene:

$$\frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{15}{6} - \frac{4}{6}$$

Vi skriver felles brøkstrek og subtraherer tellerne:

$\frac{15-4}{6} = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$

Vi kan ikke forkorte brøken videre.

Svar: $\underline{\underline{\frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}}}$

c)
$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{4} =$

Løsningsforslag c)

Vi skriver felles brøkstrek:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 4} = \frac{2}{16}$$

Vi faktoriserer teller og nevner, og forkorter bort fellesfaktorer:

$$\frac{2}{16} = \frac{2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{8}$$

Legg merke til at vi ikke hadde trengt å faktorisere 8.

Svar: $\underline{\underline{\frac{1}{8}}}$

d)
$4 : \frac{2}{3} =$

Løsningsforslag d)

Vi snur brøken til høyre opp ned, og endrer divisjonstegnet til multiplikasjonstegn:

$$4 : \frac{2}{3} = 4 \cdot \frac{3}{2}$$

Når vi multipliserer et tall med en brøk, multipliserer vi tallet med telleren:

$$= \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{12}{2}$$

Vi faktoriserer teller og nevner, og forkorter bort fellesfaktorer:

$\frac{12}{2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{2} = \frac{2 \cdot 3}{1} = \frac{6}{1} = 6$

Svar: $\underline{\underline{6}}$

Oppgave 5 (1,5 poeng) Nettkode: E-4BYZ

Løs likningene

a)

$3x \ = \ x \ + \ 8$

Løs oppgaven her

Løsningsforslag a)

Vi har likningen:

$$3x = x + 8$$

Vi trekker fra x på begge sider av likhetstegnet:

$$3x - x = x + 8 - x$$

$$2x = 8$$

Vi dividerer med 2 på begge sider av likhetstegnet:

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

$$x = 4$$

Svar: $\underline{\underline{x = 4}}$

b)

$(x+2)^2 = x^2 + 6$

Løs oppgaven her

Løsningsforslag b)

Dette er en annengradslikning. Vi får bruk for første kvadratsetning:

$$(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + 2ab + b^2$$

Vi har likningen:

$$\left(x+2\right)^2 = x^2 + 6$$

Vi bruker første kvadratsetning og løser opp parentesen:

$$\left(x+2\right)^2 = x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2$$

2^2 er det samme som 2 multiplisert med seg selv, altså

$$x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x + 2 \cdot 2 = x^2 + 4x + 4$$

Vi setter det inn i likningen:

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 6$$

Vi trekker fra x^2 på begge sider av likhetstegnet:

$$x^2 - x^2 + 4x + 4 = 6 + x^2 - x^2$$

$$4x + 4 = 6$$

Vi trekker fra 4 på begge sider av likhetstegnet:

$$4x + 4 - 4 = 6 - 4$$

$$4x = 2$$

Vi dividerer med 4 på begge sider av likhetstegnet:

$$\frac{4x}{4} = \frac{2}{4}$$

Vi forkorter bort fellesfaktoren 2 på høyresiden:

$$x = \frac{1}{2}$$

Svar: $\underline{\underline{x = \frac{1}{2}}}$

Oppgave 6 (0,5 poeng) Nettkode: E-4BZ2

Mads tjener 130 kroner per time. Hvis han jobber om kvelden, får han et tillegg i lønnen på 25%.

Hvor mye tjener Mads hvis han jobber 4 timer om kvelden?

- ☐ 590 kroner
- ☐ 620 kroner
- ☐ 650 kroner
- ☐ 680 kroner

Løsningsforslag

Vi viser her to måter å løse oppgaven på - se også alternativ løsning.

Mads får et tillegg til lønnen på 25%. Det betyr at han totalt får 125% av lønnen. 125% er det samme som $1,25$ av en hel. Vi kan altså multiplisere timeslønnen med $1,25$ for å finne ut hva han tjener i timen med tillegget:

$$130 \cdot 1,25 = 162,5$$

Vi multipliserer timeslønnen med 4 for å finne ut hvor mye han får betalt:

$$162,5\text{kr} \cdot 4 = 650,0\text{kr}$$

Svar: Mads tjener 650 kr (alternativ 3).

ALTERNATIV LØSNING

Vi vil finne ut hva 25% er av 130. Vi starter med å finne 1% av 130, så multipliserer vi det med 25. For å finne 1% dividerer vi med 100:

$$1\% = \frac{130}{100} = 1,3$$

Å dividere på 100 er det samme som å flytte komma to ganger to ganger til venstre.

Vi multipliserer med 25:

$$25\% = 1,3 \cdot 25$$

Vi setter opp multiplikasjonsstykket:

$$\begin{array}{l}
\quad 1{,}3 \cdot 25 = 32{,}5 \\
\hline
\quad\ \ 65 \\
+26\circ \\
\hline
=325 \\
\hline
\end{array}$$

Husk at resultatet skal ha like mange desimaler som summen av antallet desimaler i faktorene.

25% av 130 er $32,5$. Den totale timeslønnen om kvelden er:

$$130\frac{\text{kr}}{\text{t}} + 32,5\frac{\text{kr}}{\text{t}} = 162,5\frac{\text{kr}}{\text{t}}$$

Mads jobber i 4 timer, da tjener han:

$$162,5\frac{\text{kr}}{\text{t}} \cdot 4\text{t}$$

Vi setter opp multiplikasjonsstykket:

$$\begin{array}{l}
\quad 4 \cdot 162{,}5 = 650{,}0 \\
\hline
\quad\ 20 \\
+\ \ 8\circ \\
+24\circ \\
+4\circ \\
\hline
=6500 \\
\hline
\end{array}$$

Mads tjener:

$162{,}5\ \text{kr}/\text{t} \cdot 4\text{t} = 650\,\text{kr}$

Oppgave 7 (1,5 poeng) Nettkode: E-4BZ3

Skriv så enkelt som mulig

a)

$\frac{6a^3}{2a^2}$

Løs oppgaven her

Løsningsforslag a)

Vi skal forenkle uttrykket

$$\frac{6a^3}{2a^2}$$

Husk at en potens er grunntallet multiplisert med seg selv så mange ganger som eksponenten viser. For eksempel:

$$5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

Vi faktoriserer teller og nevner:

$$\frac{6a^3}{2a^2} = \frac{3 \cdot 2 \cdot a \cdot a \cdot a}{2 \cdot a \cdot a}$$

Vi forkorter fellesfaktorer:

$$\frac{6a^3}{2a^2} = \frac{3 \cdot 2 \cdot a \cdot a \cdot a}{2 \cdot a \cdot a} = \frac{3 \cdot a}{1} = 3a$$

Svar: Vi forenkler til $3a$.

b)

$\frac{6a-6}{12b^2} : \frac{a-1}{4b^3}$

Løs oppgaven her

Løsningsforslag b)

Vi ønsker å forenkle uttrykket

$$\frac{6a-6}{12b^2} : \frac{a-1}{4b^3}$$

Vi multipliserer brøken med den inverse andre brøken:

$$\frac{6a-6}{12b^2} \cdot \frac{4b^3}{a-1}$$

Når to brøker multipliseres, multipliserer vi teller med teller og nevner med nevner:

$$\frac{\left(6a-6\right) \cdot 4b^3}{12b^2 \cdot (a-1)}$$

Vi trekker ut fellesfaktoren:

$$(6a-6) = 6 \cdot (a-1)$$

Og setter det inn i uttrykket:

$$\frac{4b^3 \cdot 6 \cdot \left(a-1\right)}{12b^2(a-1)}$$

Vi kan fortkorte fellesfaktoren $(a-1)$:

$$\frac{4b^3 \cdot 6 \cdot \left(a-1\right)}{12b^2(a-1)} = \frac{4b^3 \cdot 6}{12b^2}$$

(Herfra kan du bruke den alternative løsningen som står lenger ned!) Vi faktoriserer teller og nevner, og fortkorter fellesfaktorer:

$$\frac{4b^3 \cdot 6 \cdot \left(a-1\right)}{12b^2\left(a-1\right)} = \frac{4b^3 \cdot 6}{12b^2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot b \cdot b \cdot b \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot b \cdot b} = \frac{b \cdot 2}{1} = 2b$$

Svar: Vi forenkler til $2b$.

ALTERNATIV LØSNING

Vi kan bruke potensregelen for potenser med samme grunntall:

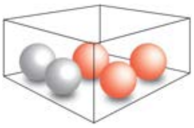
$$\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$$

Vi bruker potensregelen for å forkorte:

$$\frac{24b^3}{12b^2} = \frac{2 \cdot 12}{12} \cdot b^{3-2} = 2b^1 = 2b$$

Oppgave 8 (1,5 poeng) Nettkode: E-4BZ8

I en eske ligger det to grå kuler og tre røde kuler.



a)
Bestem sannsynligheten for at du trekker tilfeldig én rød kule.

Løsningsforslag a)

Formelen for sannsynlighet er:

$$\text{Sannsynlighet} \ = \frac{\text{Antall gunstige utfall}}{\text{Antall mulige utfall}}$$

Gunstige utfall er utfall vi ønsker.

Det er 5 kuler i esken. 2 er grå og 3 er røde. Vi bruker formelen for sannsynlighet og finner sannsynligheten for å trekke en rød kule:

$$\text{P(rød kule)} = \frac{\text{Antall røde kuler}}{\text{Totalt antall kuler}} = \frac{3}{5}$$

Svar: Sannsynligheten for å trekke en rød kule er $\frac{3}{5}$.

ALTERNATIV LØSNING

Sannsynligheten for å trekke hver kule er:

$\text{Sannsynlighet for hver kule} \ = \frac{1}{5}$

Vi har 3 røde kuler, så sannsynligheten for å trekke en rød kule er:

$$\text{P(rød kule)} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$$

Brøkene har fellesnevner, så vi kan skrive felles brøkstrek og trekke sammen tellerne:

$$\text{P(rød kule)} = \frac{1+1+1}{5} = \frac{3}{5}$$

b)
Du legger kulen tilbake i esken.

Bestem sannsynligheten for at du trekker tilfeldig to røde kuler når den første kulen ikke legges tilbake i esken før du trekker den andre kulen.

Løsningsforslag b)

Første gang du trekker en kule, er sannsynligheten for å trekke en rød kule

$$\mathrm{P}(\text{rød kule 1. gang}) = \frac{\text{Antall røde kuler}}{\text{Totalt antall kuler}} = \frac{3}{5}$$

Når du har trukket en rød kule, er det 4 kuler igjen i esken. Av disse er 2 røde. Sannsynligheten for å trekke en rød kule er nå:

$$\mathrm{P}(\text{rød kule 2. gang}) = \frac{\text{Antall røde kuler}}{\text{Totalt antall kuler}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Sannsynligheten for å trekke to røde kuler er produktet av disse sannsynlighetene:

$$\mathrm{P}(\text{to røde kuler}) = \mathrm{P}(\text{rød kule 1. gang}) \cdot \mathrm{P}(\text{rød kule 2. gang}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$$

Svar: Sannsynligheten for å trekke to røde kuler er $\frac{3}{10}$.

Oppgave 9 (1 poeng) Nettkode: E-4BZC

Hva koster ett skolebrød, og hva koster én vannflaske?

Løs oppgaven her

Løsningsforslag

Først leser vi teksten nøye, og skriver det vi vet:

$2 \text{ skolebrød} \quad + \quad 3 \text{ vannflasker} = 85 \text{ kr}$

$2 \text{ skolebrød} \quad + \quad 1 \text{ vannflaske} = 55 \text{ kr}$

Vi kaller prisen av ett skolebrød s, og prisen av én vannflaske v. Vi setter opp likningene:

$2s + 3v = 85 \ \ (\text{likning I})$

$2s + v = 55 \ \ (\text{likning II})$

Vi bruker innsettingsmetoden for å løse likningssettet. Da skriver vi om likning II slik at vi får et uttrykk for v:

$$2s + v = 55$$

$$2s + v - 2s = 55 - 2s$$

$$v = 55 - 2s$$

Vi setter inn uttrykket for s i likning I:

$$2s + 3v = 85$$

$$2s + 3 \cdot (55 - 2s) = 85$$

$$2s + 165 - 6s = 85$$

$$2s - 6s = 85 - 165$$

$$-4s = -80$$

Vi multipliserer med -1 på begge sider av likhetstegnet, slik at vi får positive fortegn:

$$4s = 80$$

Vi dividerer med 4 på begge sider av likhetstegnet:

$$\frac{4s}{4} = \frac{80}{4}$$

$$s = 20$$

Vi setter inn 20 for s i likning II:

$$v = 55 - 2s$$

$$v = 55 - 2 \cdot 20$$

$$v = 55 - 40$$

$$v = 15$$

Svar: En skolebolle koster 20 kr og en vannflaske koster 15 kr.

ALTERNATIV LØSNING

Denne oppgaven kan også løses ved addisjonsmetoden. Vi subtraherer likning II fra likning I:

$$2s + 3v - (2s + v) = 85 - 55$$

$$2s - 2s + 3v - v = 30$$

$$2v = 30$$

Vi dividerer med 2 på begge sider av likhetstegnet:

$$\frac{2v}{2} = \frac{30}{2}$$

$$v = 15$$

En vannflaske koster 15 kr. Vi setter inn 15 for v i likning II:

$$2s + v = 55$$

$$2s + 15 = 55$$

Vi subtraherer 15 på begge sider av likhetstegnet:

$$2s + 15 - 15 = 55 - 15$$

$$2s = 40$$

Vi dividerer med 2 på bege sider av likhetstegnet:

$$\frac{2s}{2} = \frac{40}{2}$$

$$s = 20$$

En skolebolle koster 20 kr.

Oppgave 10 (0,5 poeng) Nettkode: E-4BZE

På et kart er avstanden mellom to byer $2\ \text{cm}$. I virkeligheten er avstanden (i luftlinje) mellom byene $100\ \text{km}$.

Målestokken på kartet er

- ☐ $1\ :\ 20\ 000$
- ☐ $1\ :\ 200\ 000$
- ☐ $1\ :\ 50\ 000$
- ☐ $1\ :\ 5\ 000\ 000$

Løsningsforslag

Vi vet at avstanden mellom byene er $100\ \text{km}$ i virkeligheten, og at avstanden er $2\ \text{cm}$ på kartet. Først konverterer vi $100\ \text{km}$ til cm.

Vi vet at $1\ \text{km}$ er $1000\ \text{m}$, og at $1\ \text{m}$ er $100\ \text{cm}$.

Da er $1\ \text{km}$ det samme som $100\ 000\ \text{cm}$.

Vi konverterer:

$100\ \text{km} = 100 \cdot 100000\ \text{cm} = 10000000\ \text{cm}$

$2\ \text{cm}$ på kartet er $10\ 000\ 000\ \text{cm}$ i virkeligheten. Målestokken er:

$$2 : 10000000 = \frac{2}{10000000}$$

Vi trekker ut fellesfaktoren 2, og får:

$$\frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 5000000} = \frac{1}{5000000} = 1 : 5000000$$

Målestokken er $1 : 5000000$.

Svar: Målestokken er $1 : 5\ 000\ 000$ (alternativ 4).

Oppgave 11 (0,5 poeng) Nettkode: E-4BZG

Et basseng fylles med $1\ \mathrm{m}^3$ vann på $10\ \mathrm{min}$.

Hvor lang tid tar det å fylle $100\ \mathrm{m}^3$ vann i bassenget?

- ☐ $1\ \mathrm{h}\ 40\ \mathrm{min}$
- ☐ $10\ \mathrm{h}\ 0\ \mathrm{min}$
- ☐ $16\ \mathrm{h}\ 16\ \mathrm{min}$
- ☐ $16\ \mathrm{h}\ 40\ \mathrm{min}$

Løsningsforslag

Det tar $10\ \mathrm{min}$ å fylle $1\ \mathrm{m}^3$ vann. For å fylle $100\ \mathrm{m}^3$ vann tar:

$100 \cdot 10\ \mathrm{min} = 1000\ \mathrm{min}$

I 1 time er det $60\ \mathrm{min}$. Vi dividerer $1000\ \mathrm{min}$ med 60. Herfra kan du bruke den alternative løsningen!

Vi regner ut divisjonsstykket:

$$
\begin{array}{rl}
 & 1000:60 = 16 \\
- & \ \ 60\downarrow \\
\hline
 & \ \ 400 \\
- & \ \ 360 \\
\hline
 & \ \ \ \ 40 \\
\hline
\end{array}
$$

Vi får 16 timer, med 40 min som rest.

Svar: Det tar $16\ \mathrm{h}\ 40\ \mathrm{min}$ (alternativ 4).

ALTERNATIV LØSNING

For å få et enklere divisjonsstykke skriver vi stykket som en brøk og forkorter fellesfaktorer:

$$\frac{1000}{60} = \frac{10 \cdot 2 \cdot 50}{10 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{\cancel{10} \cdot \cancel{2} \cdot 50}{\cancel{10} \cdot \cancel{2} \cdot 3} = \frac{50}{3}$$

Vi dividerer:

$$\begin{array}{l} 50:3=16 \\ \underline{-\ 3\downarrow} \\ =20 \\ \underline{-\ 18} \\ =\ \ 2 \end{array}$$

Svaret blir 16 timer, med 2 som rest. Vi vil finne resten i minutter. Vi subtraherer 16 timer fra $1000\ \text{min}$:

$1000\ \text{min} - 16 \cdot 60\ \text{min} = 1000\ \text{min} - 960\ \text{min} = 40\ \text{min}$

Resten er $40\ \text{min}$. Vi adderer og får:

$16\ \text{h}\ \ 40\ \text{min}$

Oppgave 12 (1,5 poeng) Nettkode: E-4BZJ

Vi beregner skostørrelse etter denne formelen:

$S = \frac{3F+5}{2}$

1. S er skostørrelse
2. F er fotlengde (cm)

Håkons fot er $25 \ cm$ lang.

a)
Hvilken skostørrelse bruker han?

Løsningsforslag a)

Vi har formelen

$$S = \frac{3F+5}{2}$$

Håkons fot er $25 \ cm$ lang. Vi setter inn 25 for F i formelen:

$S = \frac{3 \cdot 25+5}{2} = \frac{75+5}{2} = \frac{80}{2} = 40$

Svar: Håkon bruker skostørrelse 40.

b)
Kathrine bruker skostørrelse 37.

Hvor lange er føttene hennes?

Løsningsforslag b)

Vi viser først hvordan vi kan skrive om formelen. I den alternative løsningen finner du den første metoden beskrevet.

Vi skriver om formelen for skostørrelse slik at det står F er lik:

$$S = \frac{3F+5}{2}$$

Vi multipliserer med 2 på begge sider av likhetstegnet:

$S \cdot 2 = \frac{3F+5}{2} \cdot 2$

$2S = 3F + 5$

Vi subtraherer 5 på begge sider av likhetstegnet:

$2S - 5 = 3F + 5 - 5$

$2S - 5 = 3F$

Vi bytter plass på uttrykkene slik at vi har F på venstresiden. Så dividerer vi med 3 på begge sider av likhetstegnet:

$\frac{3F}{3} = \frac{2S-5}{3}$

$F = \frac{2S-5}{3}$

Vi setter inn 37 for skostørrelsen S:

$F = \frac{2 \cdot 37 - 5}{3} = \frac{74-5}{3} = \frac{69}{3} = 23$

Svar: Føttene til Kathrine er 23 cm lange.

ALTERNATIV LØSNING

Vi setter inn 37 for skostørrelsen S i formelen

$$S = \frac{3F+5}{2}$$

$$37 = \frac{3F+5}{2}$$

Vi løser likningen for F. Først multipliserer vi med 2 på begge sider av likhetstegnet:

$$2 \cdot 37 = \frac{3F+5}{2} \cdot 2$$

$$74 = 3F + 5$$

Vi trekker fra 5 på begge sider av likhetstegnet:

$$74 - 5 = 3F + 5 - 5$$

$$69 = 3F$$

Vi bytter plass på uttrykkene og dividerer med 3 på begge sider av likhetstegnet:

$$\frac{3F}{3} = \frac{69}{3}$$

$$F = 23$$

Oppgave 13 (2,5 poeng) Nettkode: E-4BZN

a)

Fyll ut det som mangler i verditabellen for funksjonene f og g gitt ved

$f\left(x\right)=2x-1$ og $g\left(x\right)=\frac{6}{x}$

x	f(x)	Koordinater
0	–1	(0, –1)
1		
2	3	
3		

x	g(x)	Koordinater
1		(1, 6)
2	3	
3		
4		(4, 1,5)
5	1,2	

Løsningsforslag a)

Vi starter med funksjonen $f(x)$:

$$f(x)=2x-1$$

Vi skal finne $f(x)$ for x-verdiene 0, 1, 2 og 3. $f(0)$ er allerede regnet ut, så vi setter inn 1 for x i funksjonen:

$$f(1)=2\cdot 1-1=2-1=1$$

Koordinatene til punktet er $(1,1)$. Vi gjør det samme for x lik 2 og 3, og setter det inn i tabellen:

$$\begin{bmatrix} x & f(x) & \text{Koordinater} \\ 0 & -1 & (0,-1) \\ 1 & 1 & (1,1) \\ 2 & 3 & (2,3) \\ 3 & 5 & (3,5) \end{bmatrix}$$

Nå ser vi på funksjonen $g(x)$:

$$g\left(x\right)=\frac{6}{x}$$

Vi skal finne $g(x)$ for x-verdiene 1, 2, 3, 4 og 5. Vi starter med $x=1$. Vi setter 1 inn for x i funksjonen:

$$g\left(1\right)=\frac{6}{1}=6$$

Koordinatene til punktet er $(1,6)$. Vi regner ut verdiene for $x=2$ også:

$$g\left(2\right)=\frac{6}{2}=\frac{3\cdot 2}{2}=\frac{3}{1}=3$$

Koordinatene til punktet er $(2,3)$. Vi gjør det samme for de andre x-verdiene og fullfører tabellen:

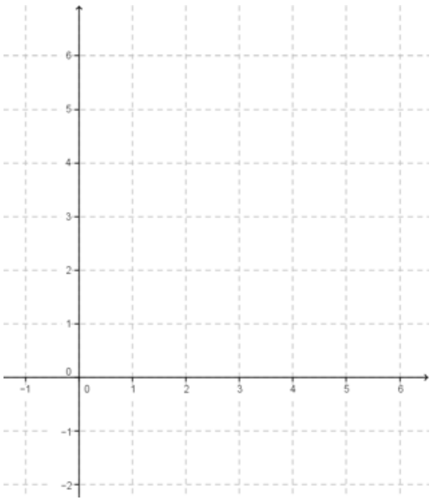
$$\begin{bmatrix} x & g(x) & \text{Koordinater} \\ 1 & 6 & (1,6) \\ 2 & 3 & (2,3) \\ 3 & 2 & (3,2) \\ 4 & 1,5 & (4,\ 1,5) \\ 5 & 1,2 & (5,\ 1,2) \end{bmatrix}$$

Svar:

$$\begin{bmatrix} x & f(x) & \text{Koordinater} \\ 0 & -1 & (0,-1) \\ 1 & 1 & (1,1) \\ 2 & 3 & (2,3) \\ 3 & 5 & (3,5) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x & g(x) & \text{Koordinater} \\ 1 & 6 & (1,6) \\ 2 & 3 & (2,3) \\ 3 & 2 & (3,2) \\ 4 & 1,5 & (4,\ 1,5) \\ 5 & 1,2 & (5,\ 1,2) \end{bmatrix}$$

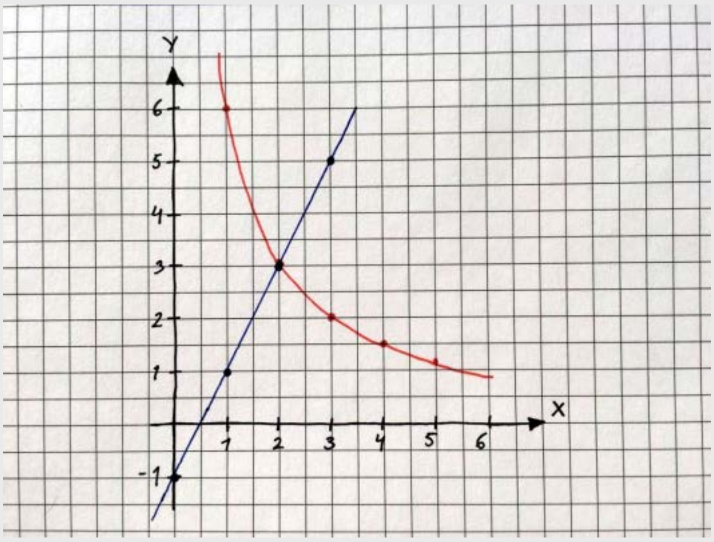
b)

Tegn grafene til f og g i koordinatsystemet nedenfor.



Løsningsforslag b)

Vi tegner grafene ved å tegne punktene vi fikk fra verditabellen, og tegne en linje som kobler punktene.



c)

Skjæringspunktet mellom grafene til f og g er (_____,_____)

Løsningsforslag c)

Vi kan finne skjæringspunktet ved å lese av grafene. Grafene krysser hverandre i punktet $(2, 3)$ og dette er skjæringspunktet.

Vi kan også se på verditabellene. I begge verditabellene er punktet $(2, 3)$ og dette er skjæringspunktet.

Svar: Skjæringspunktet er punktet $(2, 3)$.

Oppgave 14 (3 poeng) Nettkode: E-4BZT

Konstruer $\Delta\mathrm{ABC}$ der $\mathrm{AB} = \mathrm{BC} = \mathrm{AC} = 7\ \mathrm{cm}$.

En sirkel går gjennom punktene i $\Delta\mathrm{ABC}$. Sentrum S i sirkelen er punktet der midtnormalene på de tre sidene i $\Delta\mathrm{ABC}$ skjærer hverandre.

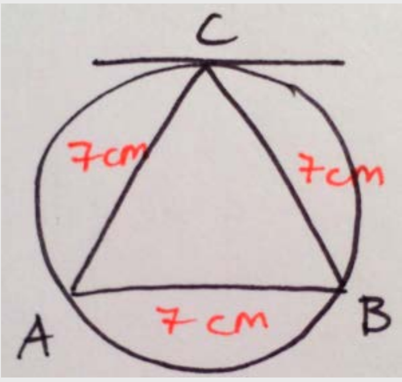
Konstruer sentrum S og slå sirkelen om S. Konstruer en tangent til sirkelen i C.

Ta med hjelpefigur og en kort konstruksjonsforklaring.

Løs oppgaven her

Løsningsforslag

Hjelpefigur:



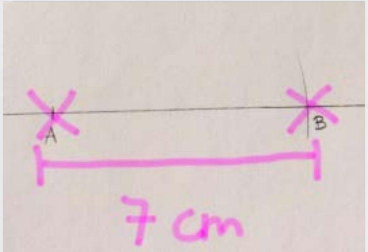
Konstruksjonsforklaring:

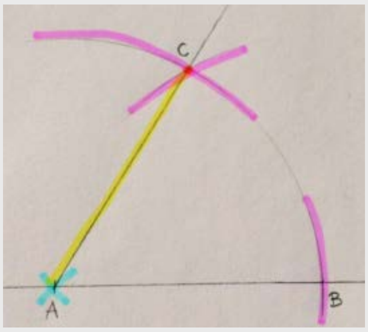
1. Markerer et punkt A på en linje. Markerer et punkt B på linjen som ligger $7\ \mathrm{cm}$ unna.
2. Konstruerer 60° i A.
3. Markerer punkt C som ligger $7\ \mathrm{cm}$ unna A på vinkelbeinet.
4. Trekk linjen BC.
5. Konstruerer midtnormalene på alle tre linjer.
6. Markerer punktet S der midtnormalene møtes.

7. Slår sirkelen om S.

8. Konstruerer 60° på AC i C. Dette er tangenten i til sirkelen i C.

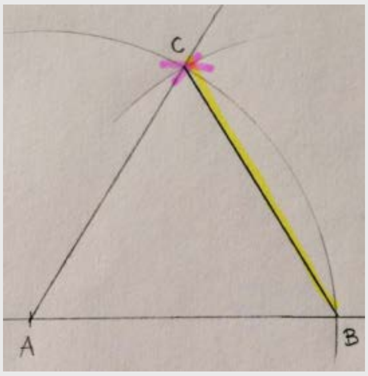
Her ser du skritt for skritt hvordan figuren er konstruert. I din eksamensbesvarelse vil du vise alle trinnene i en og samme figur. Sett passerspissen i det blå krysset, slå de lilla linjene med passeren og trekk de gule linjene med blyant og linjal.

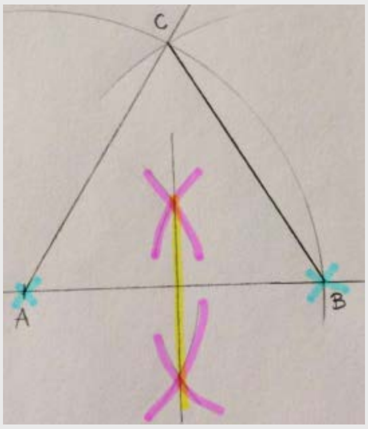




1. Vi setter av et punkt som ligger 7 cm fra A.

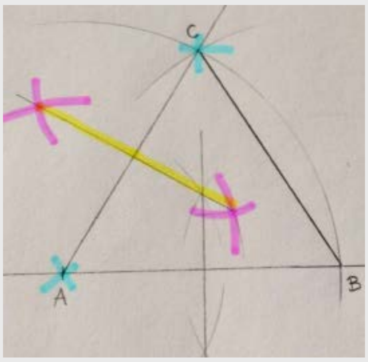
2. Vi konstruerer 60° i punktet A.

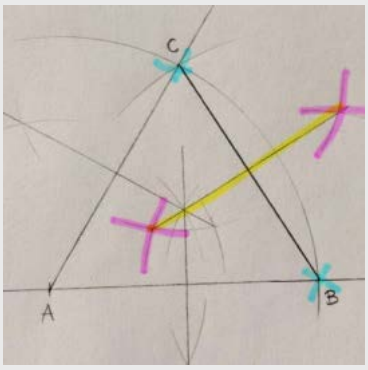




3. Vi trekker linjen mellom punktene B og C.

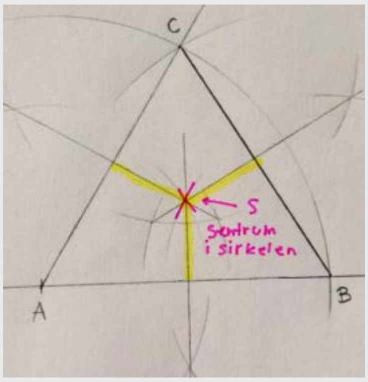
4. Vi konstruerer midtnormalen mellom punktene A og B.

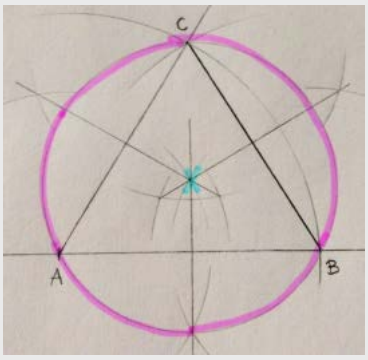




5. Vi konstruerer midtnormalen mellom punktene A og C.

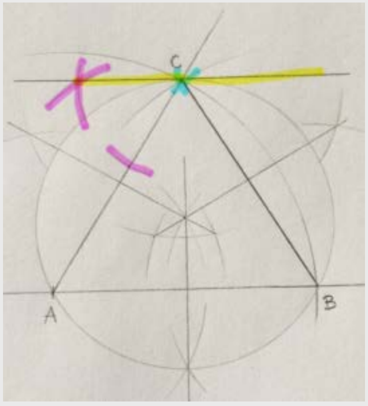
6. Vi konstruerer midtnormalen mellom punktene B og C.

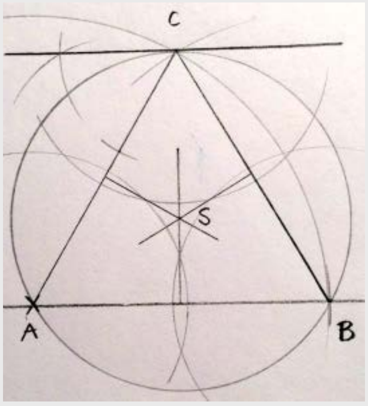




7. Vi markerer punktet S der midtnormalene møter hverandre.

8. Vi konstruerer sirkelen med sentrum i punktet S, som går igjennom punktene A, B og C.

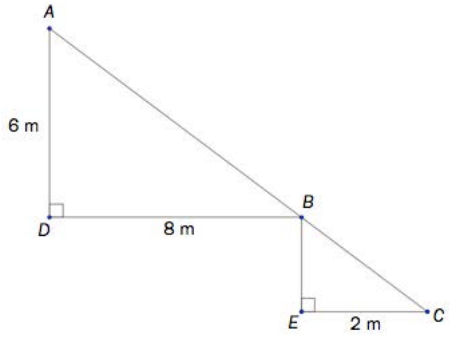




9. Vi konstruerer 60° på siden AC.

10. Da er vi ferdig.

Oppgave 15 (2 poeng) Nettkode: E-4BZX



På skissen er $\Delta \mathrm{DBA} \sim \Delta \mathrm{ECB}$ (formlike).

En rett linje går gjennom punktene A, B og C.

a)
Regn ut AB.

Løs oppgaven her

Løsningsforslag a)

Vi kan bruke pytagoras læresetning for å finne siden AB (hypotenusen). Pytagoras læresetning er:

$$\text{katet}^2 + \text{katet}^2 = \text{hypotenus}^2$$

$$AD^2 + BD^2 = AB^2$$

Vi vet at $BD = 8\text{ m}$ og at $AD = 6\text{ m}$. Vi setter det inn i formelen:

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 = \left(6\text{ m}\right)^2 + \left(8\text{ m}\right)^2 = 36\text{ m}^2 + 64\text{ m}^2 = 100\text{ m}^2$$

Så AB^2 er lik 100 m^2. Vi må ta kvadratroten på begge sider for å finne siden AB. Vi vet at:

$$100 = 10 \cdot 10 = 10^2$$

10 er kvadratroten til 100. Vi setter det inn i uttrykket:

$$AB^2 = 100\text{ m}^2$$

$$AB = \sqrt{100}\text{ m}$$

$$AB = 10\text{ m}$$

Svar: Siden AB er 10 m lang.

b)
Regn ut BE.

Løs oppgaven her

Løsningsforslag b)

I formlike trekanter er forholdene mellom de samsvarende sidene det samme. Forholdet mellom katetene i trekantene er:

$$\frac{AD}{BD} = \frac{BE}{CE}$$

Vi skriver om formelen slik at det står BE er lik. Da multipliserer vi med CE på begge sider av likhetstegnet:

$$\frac{BE}{CE} = \frac{AD}{BD}$$

$$\frac{CE \cdot BE}{CE} = \frac{AD}{BD} \cdot CE$$

$$BE = \frac{AD \cdot CE}{BD}$$

Vi vet at $CE = 2\ \mathrm{m}$, $BD = 8\ \mathrm{m}$ og $AD = 6\ \mathrm{m}$. Vi setter inn tallene i uttrykket:

$$BE = \frac{6\mathrm{m} \cdot 2\mathrm{m}}{8\mathrm{m}}$$

$$BE = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2}\mathrm{m}$$

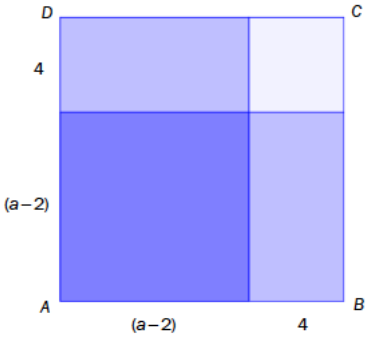
Vi forkorter:

$$BE = \frac{3}{2}\ \mathrm{m} = 1,5\ \mathrm{m}$$

Svar: Siden BE er $1{,}5\ \mathrm{m}$.

Oppgave 16 (1 poeng) Nettkode: E-4C03

Et stort kvadrat $ABCD$ består av to mindre kvadrater og to rektangler.



Skriv et uttrykk for arealet til det store kvadratet $ABCD$.

Løs oppgaven her

Løsningsforslag

Formelen for arealet av et kvadrat med sider b er:

$$A = b \cdot b = b^2$$

Formlen for arealet til et rektangel med sider c og d er:

$$A = c \cdot d$$

Vi kan finne arealet til de to kvadratene og rektanglene, og summere dem for å finne arealet av kvadratet $ABCD$.

Vi starter med **det hvite kvadratet**. Kvadratet har sidelengde 4. Vi bruker formelen for kvadratet for å finne arealet:

$A_{minste\ kvadrat} = 4^2 = 4 \cdot 4 = 16$

Så finner vi arealet av **det blå kvadratet**. Det har sidelengde $(a-2)$. Vi bruker formelen for kvadratet:

$A_{blått\ kvadrat} = (a-2)^2$

Vi kan bruke andre kvadratsetning for å multiplisere ut parentesen. Andre kvadratsetning er:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Da får vi at:

$A_{blått\ kvadrat} = (a-2)^2 = a^2 - 2 \cdot 2 \cdot a + 2^2 = a^2 - 4a + 4$

Nå finner vi arealet av **rektanglene**. Rektanglene er like store, så vi kan finne arealet av det ene og multiplisere det med to. Rektangelet har sider 4 og $(a-2)$. Vi bruker formelen for arealet av et rektangel for å finne arealet:

$A_{rektangel} = 4 \cdot (a-2)$

Når vi multipliserer et tall med en parentes, multipliserer vi tallet med alle ledd i parentesen:

$A_{rektangel} = 4 \cdot a - 4 \cdot 2 = 4a - 8$

Vi har to rektangler. Tilsammen har de areal:

$A_{to\ rektangler} = 2 \cdot (4a-8) = 2 \cdot 4a - 2 \cdot 8 = 8a - 16$

For å finne arealet av det store kvadratet legger vi sammen arealene:

$A_{kvadrat\ ABCD} = 16 + a^2 - 4a + 4 + 8a - 16$

$A_{kvadrat\ ABCD} = a^2 + 8a - 4a + 16 - 16 + 4$

$A_{kvadrat\ ABCD} = a^2 + 4a + 4$

Du kjenner kanskje igjen denne formen? Vi kan bruke første kvadratsetning:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

I resultatet vårt er b lik 2, og vi kan skrive svaret slik:

$A_{kvadrat\ ABCD} = (a+2)^2$

Svar: Arealet av kvadratet er $\underline{\underline{(a+2)^2}}$**.**

ALTERNATIV LØSNING

Sidene i kvadratet er:

$$\text{sider} = (a-2) + 4 = a + 2$$

Vi setter inn i formelen for areal for et kvadrat med side b, $A = b^2$:

$$A = (a+2)^2 = a^2 + 2 \cdot 2 \cdot a + 2^2 = a^2 + 4a + 4$$

DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng) Nettkode: E-4C07

Inngangsbilletter	Enkeltbillett	Klippekort	
Alder	Pris (i kroner)	Pris (i kroner) 10 klipp	Pris (i kroner) 25 klipp
Voksen (fra 16 år)	125	1 150	2 665
Ungdom (10–15 år)	105	910	2 060
Barn (3–9 år)	95	710	1 485
Barn (0–2 år)	50		

Anne (18 år), Eva (15 år) og Charles (14 år) går sammen til Badeland. Alle kjøper enkeltbillett.

a)
Hvor mye må Anne, Eva og Charles betale til sammen?

Løsningsforslag a)

Les teksten nøye. Anne er over 16 år, så hun betaler voksenbillett. Eva og Charles er mellom $10-15$ år, og begge betaler ungdomsbillett. Tilsammen må de betale for en voksenbillett og to ungdomsbilletter:

$$\text{Total pris} = 125\,\text{kr} + 2 \cdot 105\,\text{kr} = 335\,\text{kr}$$

Svar: $\underline{\underline{335\,\text{kr}}}$

b)
For å spare penger vil Anne kjøpe klippekort.

Regn ut hvor mange prosent Anne sparer dersom hun kjøper klippekort (25 klipp) i stedet for 25 enkeltbilletter.

Løsningsforslag b)

Anne er over 16 år, så hun betaler voksenbillett. Et klippekort med 25 klipp koster $2665\,\text{kr}$.

25 enkeltbilletter koster:

$25 \cdot 125 \text{ kr} = 3125 \text{ kr}$

Herfra kan du bruke den alternative løsningen!

Nå vil vi finne hvor mange prosent 2665 er av 3125. Da dividerer vi 2665 med 3125, og multipliserer med 100%:

$\frac{2665}{3125} \cdot 100\% = 85,3\% \approx 85\%$

Vi runder av til 85%. 2665 kr er 85% av 3125 kr.

For å finne ut hvor mye hun sparer må vi trekke 85% fra 100%:

$100\% - 85\% = 15\%$

Svar: Anne sparer 15%.

ALTERNATIV LØSNING

Vi finner ut hvor mye Anne sparer i kr hvis hun kjøper klippekort:

$3125 \text{ kr} - 2665 \text{ kr} = 460 \text{ kr}$

Anne sparer 460 kr. Vi skal finne ut hvor mye dette er i prosent. Vi dividerer 460 med 3125 og multipliserer med 100%:

$\frac{460}{3125} = 0,147 \cdot 100\% = 14,7\% \approx 15\%$

Anne sparer 15% når hun kjøper klippekort.

c)
I løpet av et år kjøpte Charles ett klippekort med 25 klipp og ett klippekort med 10 klipp. I tillegg kjøpte han 12 enkeltbilletter.

Regn ut hva Charles betalte i gjennomsnitt hver gang han var i svømmehallen dette året.

Løsningsforslag c)

Charles er 14 år, så han kjøper ungdomsbillett. Han betalte totalt:

$\text{Klippekort 25 klipp} + \text{ Klippekort 10 klipp} + 12 \text{ Enkeltbilletter}$

$= 2060 \text{ kr} + 910 \text{ kr} + 12 \cdot 105 \text{ kr}$

$= 4230 \text{ kr}$

For å finne gjennomsnittet må vi dividere med antallet ganger Charles var i svømmehallen:

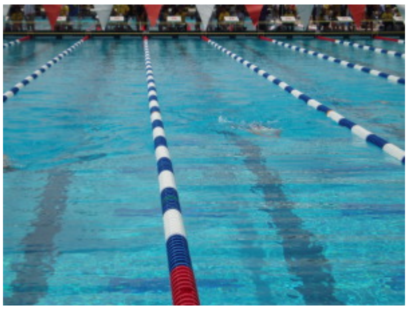
$$\text{Antall besøk} = 25 + 10 + 12 = 47$$

Gjennomsnittet er da

$$\text{Gjennomsnitt} = \frac{4230}{47}\ \text{kr} = 90\ \text{kr}$$

Svar: Charles betalte i gjennomsnitt 90 kr.

Oppgave 2 (3 poeng) Nettkode: E-4C0C



Et svømmebasseng har 8 baner.

a)
På hvor mange ulike måter kan 8 svømmere stille seg opp på de 8 banene?

Løsningsforslag a)

På den første banen kan hvilken som helst av de 8 svømmerne stille seg:

$$|8| - | - | - | - | - | - | - |$$

Når en har stilt seg på den første banen, er det 7 svømmere igjen. Hvem som helst av dem kan stille seg på plass nummer to. For hver svømmer som kan stille seg på den første plassen, kan 7 ulike svømmere stille seg på den andre plassen. Det er

$$8 \cdot 7 = 56$$

muligheter for de to første plassene.

$$|8|7| - | - | - | - | - | - |$$

Når vi kommer til den tredje banen, har vi seks svømmere igjen. Hvem som helst av dem kan stille seg på plassen, så vi har 6 muligheter:

$$|8|7|6| - | - | - | - | - |$$

Slik fortsetter vi:

$$|8|7|6|5|4|3|2|1|$$

Antall muligheter er:

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 8! = 40320$$

Svar: De kan stille seg på $40\,320$ forskjellige måter.

b)

Anne og Eva skal svømme $100\ \mathrm{m}$ og starter samtidig. Anne bruker $1\ \mathrm{min}\ 20\,\mathrm{s}$. Eva bruker $1\ \mathrm{min}\ 40\,\mathrm{s}$.

Med hvor mange meter vinner Anne?

Løsningsforslag b)

Først regner vi om tidene til sekunder. $1\ \mathrm{min}$ er det samme som $60\ \mathrm{s}$, så tiden Anne bruker er:

$1\ \mathrm{min}\ \ 20\ \mathrm{s} = 1 \cdot 60\ \mathrm{s} + 20\ \mathrm{s} = 80\ \mathrm{s}$

Anne svømmer $100\ \mathrm{m}$ på $80\ \mathrm{s}$.

Tiden Eva bruker er:

$1\ \mathrm{min}\ \ 40\ \mathrm{s} = 1 \cdot 60\ \mathrm{s} + 40\ \mathrm{s} = 100\ \mathrm{s}$

Eva svømmer $100\ \mathrm{m}$ på $100\ \mathrm{s}$. Fart er strekning over tid, så hennes fart er:

$$\text{Evas fart} = \frac{100}{100}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Etter $80\ \mathrm{s}$ har Anne nådd mål, hun har svømt $100\ \mathrm{m}$. Da har Anne svømt:

$1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 80\ \mathrm{s} = 80\ \mathrm{m}$

Eva har svømt $80\ \mathrm{m}$ når Anne når mål. Vi finner hvor mange meter Anne vinner med ved å trekke 80 fra 100:

$100\ \mathrm{m} - 80\ \mathrm{m} = 20\ \mathrm{m}$

Svar: Anne vinner med $20\ \mathrm{m}$.

Oppgave 3 (6 poeng) Nettkode: E-4C0G

Oppgave 3 skal løses ved hjelp av regneark. Vis hvilke formler du har brukt. Ta utskrift.

I tabellen nedenfor ser du besøkstallet hos Badeland for hver måned i 2013.

Måned	2013	2014
Januar	12 235	
Februar	12 470	
Mars	13 325	
April	11 313	
Mai	10 582	
Juni	8 790	
Juli	15 781	
August	9 303	
September	9 509	
Oktober	11 779	
November	11 126	
Desember	8 312	
Totalt besøkstall		
Gjennomsnittlig besøkstall per måned		

a)

Lag en tilsvarende tabell i et regneark. Regn ut totalt besøkstall for 2013. Regn ut gjennomsnittlig besøkstall per måned for 2013.

Løsningsforslag a)

Totalt besøkstall er summen av besøkstallene hver måned. For å regne i ExCel trykk på cellen til høyre for **Totalt besøkstall**. Skriv

$$=SUM()$$

Og velg alle cellene med besøkstall. Klikk enter.

	A	B
1	Måned	2013
2	Januar	12235
3	Februar	12470
4	Mars	13325
5	April	11313
6	Mai	10582
7	Juni	8790
8	Juli	15781
9	August	9303
10	September	9509
11	Oktober	11779
12	November	11126
13	Desember	831 13 R x 1 C
14	**Totalt besøkstall**	=SUM()B1:B13
15	**Gjennomsnitlig besøkstall per måned**	
16		

For å regne gjennomsnittet klikk på cellen til høyre for **Gjennomsnittlig besøkstall per måned**. Skriv

$$=$$

og klikk på det totale besøkstallet. Skriv så $/12$ og klikk enter.

Svar:

	A	B
1	Måned	2013
2	Januar	12235
3	Februar	12470
4	Mars	13325
5	April	11313
6	Mai	10582
7	Juni	8790
8	Juli	15781
9	August	9303
10	September	9509
11	Oktober	11779
12	November	11126
13	Desember	8312
14	**Totalt besøkstall**	136538
15	**Gjennomsnitlig besøkstall per måned**	=B14/12
16		

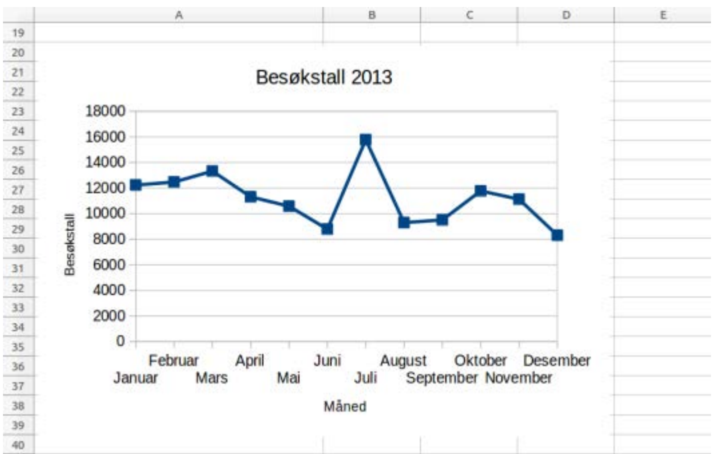
b)

Framstill besøkstallet for hver måned i 2013 i et linjediagram.

Løsningsforslag b)

Lage linjediagram: Marker månedene og besøkstallene, og klikk på *Diagram*. Velg *Linjediagram*, og skriv inn tittel og aksetitler.

Svar:



c)

Badeland må spare penger. Derfor skal de holde stengt hver mandag i 2014. De regner med at stengingen vil redusere besøkstallene med $5,00\%$ fra 2013 til 2014.

Lag en ny kolonne for 2014 med nye besøkstall for hver måned, totalt besøkstall og gjennomsnittlig besøkstall per måned.

Løsningsforslag c)

Lag en celle med $5,00\%$. Trekk fra 5% fra alle besøkstallene, og gjenta **a.**.

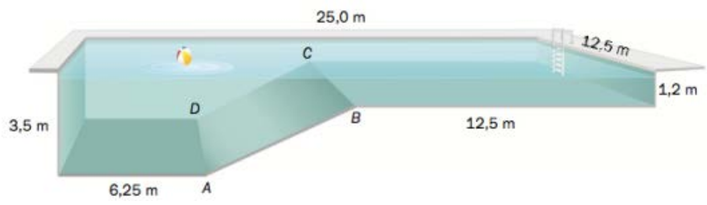
Svar:

	A	B	C
1	Måned	2013	2014
2	Januar	12235	11623,25
3	Februar	12470	11846,5
4	Mars	13325	12658,75
5	April	11313	10747,35
6	Mai	10582	10052,9
7	Juni	8790	8350,5
8	Juli	15781	14991,95
9	August	9303	8837,85
10	September	9509	9033,55
11	Oktober	11779	11190,05
12	November	11126	10569,7
13	Desember	8312	7896,4
14	**Totalt besøkstall**	136538	127798,75
15	**Gjennomsnitlig besøkstall per måned**	=B14/12	=C14/12
16			

Oppgave 4 (7 poeng) Nettkode: E-4C0L

Overflaten i svømmebassenget i Badeland har form som et rektangel. Svømmebassenget har to ulike dybder. Mellom de to dybdene er det et skråplan med form som et rektangel.

Se skissen nedenfor.



a)

Tegn overflaten av svømmebassenget sett rett ovenfra i målestokk $1\ :\ 250$.

Løsningsforslag a)

Vi skal tegne overflaten av bassenget. Overflaten har sidelengder $25,0\ \text{m}$ og $12,5\ \text{m}$. Vi vet at $100\ \text{cm} = 1\ \text{m}$. Vi gjør om sidelengdene til cm:

$$\text{Langside} = 25,0\ \text{m} = 25,0 \cdot 100\ \text{cm} = 2500\ \text{cm}$$

$$\text{Kortside} = 12,5\ \text{m} = 12,5 \cdot 100\ \text{cm} = 1250\ \text{cm}$$

Vi skal bruke målestokk $1 : 250$, så vi dividerer sidelengdene med 250 for å finne målene på tegningen:

$$\text{Langside på tegningen} = \frac{2500}{250}\ \text{cm} = 10\ \text{cm}$$

$$\text{Kortside på tegningen} = \frac{1250}{250}\ \text{cm} = 5\ \text{cm}$$

Svar: Tegn et rektangel med sider $10\ \text{cm}$ og $5\ \text{cm}$.

b)

Regn ut AB og arealet av skråplanet $ABCD$.

Løsningsforslag b)

Først finner vi dybdeforskjellen i bassenget:

$$3,5\ \text{m} - 1,2\ \text{m} = 2,3\ \text{m}$$

Så finnner vi lengden av bassenget over skråplanet:

$$25,0\ \text{m} - 12,5\ \text{m} - 6,25\ \text{m} = 6,25\ \text{m}$$

Høyden av skråplanet, lengden av skråplanet og siden AB danner en rettvinklet trekant. For å finne den ukjente siden kan vi bruke Pytagoras læresetning:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Katetene er høyden og lengden, og hypotenusen er AB. Vi kaller høyden H og lengden L. Vi kan skrive om likningen slik at det står AB er lik:

$$L^2 + H^2 = AB^2$$

Vi tar kvadratrot på begge sider, og bytter om på plassene til uttrykkene, slik at vi får AB på venstre side:

$$AB = \sqrt{L^2 + H^2}$$

Nå setter vi inn $6,25 \text{ m}$ for L og $2,3 \text{ m}$ for H:

$$AB = \sqrt{6,25^2 + 2,3^2} \text{ m} = 6,7 \text{ m}$$

Bredden av hele bassenget er $12,5 \text{ m}$. Arealet av skråplanet er da:

$$\text{Areal} \quad = 12,5 \text{ m} \cdot 6,7 \text{ m} = 83,8 \text{ m}^2$$

Svar: Siden AB er $6{,}7 \text{ m}$ og arealet er $83{,}3 \text{ m}^2$.

c)

Vis ved regning at volumet av svømmebassenget er ca. 645 m^3 $(645\,000 \text{ L})$.

Løsningsforslag c)

Vi har delt bassenget i tre partier. Vi starter med **det grunne partiet**, som har form som et rett prisme. På figuren ser vi at dybden er $1,2 \text{ m}$, lengden er $12,5 \text{ m}$ og bredden er $12,5 \text{ m}$. Formelen for volumet av et firkantet prisme er:

$$\text{Volum} = \text{Lengde} \cdot \text{Bredde} \cdot \text{Høyde}$$

Vi setter inn målene:

$$\text{Volum av grunt parti} = 12,5 \text{ m} \cdot 12,5 \text{ m} \cdot 1,2 \text{ m} = 187,5 \text{ m}^3$$

Nå ser vi på volumet av **det dype partiet**. Her er lengden $6,25 \text{ m}$, bredden $12,5$ m og dybden $3,5 \text{ m}$. Sett det inn i formelen for volumet:

$$\text{Volum av dypt parti} = 6,25 \text{ m} \cdot 12,5 \text{ m} \cdot 3,5 \text{ m} = 273,4 \text{ m}^3$$

For å finne volumet av skråpartiet kan vi se på det som et **trapes** multiplisert med bredden. Et trapes er en firkant som har to parallelle sider som kan være av forskjellig lengde. Kaller vi lengden av de to parallelle sidene a og b, og høyden mellom dem h, er arealet:

$$A = \frac{(a+b)h}{2}$$

Vi ser på figuren igjen. Trekker vi en linje fra A til toppen av bassenget, og en linje fra B til toppen av bassenget, ser vi at disse linjene er parallelle. Vi vet at lengdene på disse linjene er forholdsvis dybdene i det dype og det grunne bassenget, $3,5 \text{ m}$ og $1,2 \text{ m}$. Fra oppgave b vet vi at avstanden mellom dem er $6,25 \text{ m}$. Vi ser på figuren som et trapes og finner arealet:

$\text{Areal} = \frac{(a+b)\cdot h}{2} = \frac{(1,2+3,5)\cdot 6,25}{2} \text{ m}^2 = 14,7 \text{ m}^2$

Vi multipliserer arealet med bredden av bassenget for å finne volumet:

$\text{Volum av skråplan} = 14.7 \text{ m}^2 \cdot 12,5 \text{ m} = 183,8 \text{ m}^3$

Det totale volumet er:

$\text{Totalt volum} = 183,8 \text{ m}^3 + 273,4 \text{ m}^3 + 187,5 \text{ m}^3 = 644,7 \text{ m}^3 \simeq 645 \text{ m}^3$

Det siste likhetstegnet med en krøll betyr 'omtrent lik'.

d)

Svømmebassenget er helt fullt av vann. Vannet i svømmebassenget skal tappes ut med 300 L per minutt.

Hvor mange centimeter har vannstanden sunket etter 60 min?

Løsningsforslag d)

Vi vet at 1 dm^3 rommer 1 L L. Da kan vi gjøre om fra dm^3 til cm^3. 1 dm er det samme som 10 cm, så

$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 1000 \text{ cm}^3$

1 L er det samme som 1000 cm^3. Det tappes 300 L i minuttet. Etter 60 min har det rent ut:

$300 \frac{\text{L}}{\text{min}} \cdot 1000 \frac{\text{cm}^3}{\text{L}} \cdot 60 \text{ min} = 18000000 \text{ cm}^3 = 1,8 \cdot 10^7 \text{ cm}^3$

Etter 60 min har $1,8 \cdot 10^7 \text{cm}^3$ rent ut. Vi dividerer med arealet til vannoverflaten, for å finne ut hvor mye vannet har sunket, altså høyden. Vi gjør om sidene i overflaten til cm:

$25,0 \text{ m} = 25,0 \cdot 100 \text{ cm} = 2500 \text{ cm}$

$12,5 \text{ m} = 12,5 \cdot 100 \text{ cm} = 1250 \text{ cm}$

Arealet av overflaten er:

$\text{Areal} = 2500 \text{ cm} \cdot 1250 \text{ cm} = 3125000 \text{ cm}^2 = 3,125 \cdot 10^6 \text{ cm}^2$

Høyden er volumet dividert med arealet:

$\text{Høyde} = \frac{1{,}8 \cdot 10^7}{3{,}125 \cdot 10^6} \text{ cm} = 5,76 \text{ cm}$

Svar: Etter 60 min har vannet sunket $5{,}76$ cm

Oppgave 5 (6 poeng) Nettkode: E-4C19

I oppgave 5 kan du spare tid og arbeid ved å bruke en datamaskin med graftegner.

Svømmebassenget i Badeland på 645 000 L skal tømmes for vann. Det tappes ut 18 000 L per time.

a)
Forklar at antall liter $V(x)$ som er igjen i svømmebassenget etter x timer, kan beskrives av funksjonen V gitt ved

$V(x) = -18\,000x + 645\,000$

Løsningsforslag a)

Vi har funksjonen:

$$V(x) = -18000x + 645000$$

Konstantleddet 645000 forteller oss hvilken verdi $V(x)$ starter på, når x er null. I vårt tilfelle er dette når bassenget er fullt. Stigningstallet -18000 forteller oss hvor mye som tømmes hver time. Tallet er negativt, fordi vannet renner *ut* av bassenget.

Svar: Antall liter som er igjen, $V(x)$, er antall liter bassenget startet med subtrahert med antall liter som har rent ut etter x timer.

b)
Bestem ved regning når svømmebassenget er tomt for vann.

Løsningsforslag b)

Vi setter $V(x) = 0$ inn i funksjonen:

$$0 = -18000x + 645000$$

Vi har en likning med x som ukjent. Vi trekker fra 645000 på begge sider av likhetstegnet:

$$-645000 = -18000x + 645000 - 645000$$

$$-645000 = -18000x$$

Vi dividerer med -18000 på begge sider av likhetstegnet og forkorter:

$$\frac{-18000x}{-18000} = \frac{-645000}{-18000}$$

$x = \frac{645000}{18000} = 35{,}8$

Svar: Bassenget er tomt etter 36 dager.

c)

Tegn grafen til V.

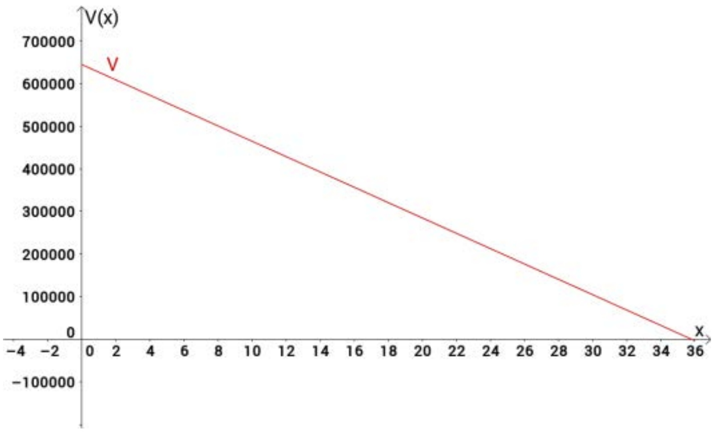
Løsningsforslag c)

Skriv kommandoen *Funksjon(<funksjon>, <start>, <slutt>)* der funksjonen er

$$V(x) = -18000 * x + 645000$$

og den starter på 0 og slutter på 36.

Svar:



d)

Bestem grafisk når det er 285 000 L igjen i svømmebassenget.

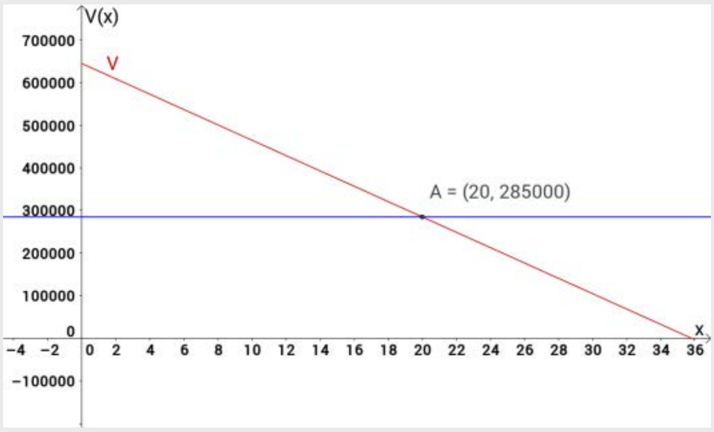
Løsningsforslag d)

Vi skal bestemme grafisk når det er 285000 L igjen i svømmebassenget. Vi tegner en linje gjennom 285000 på y-aksen med kommandoen:

$$y = 285000$$

Vi vil finne skjæringspunktet mellom denne linjen og grafen $V(x)$. Tiden er x-verdien i dette punktet. Klikk på *Skjæring mellom to objekter* og velg de to grafene. Punktet du får er skjæringspunktet.

Skjæringspunktet er $(20, 285000)$.



Svar: Når det er 285000 L igjen har det gått 20 timer.

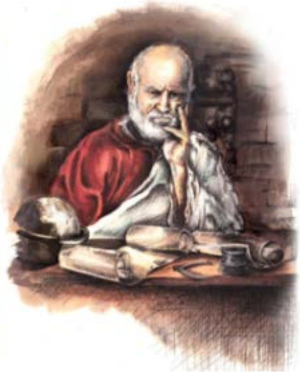
Oppgave 6 (5 poeng) Nettkode: E-4C1N

Eratosthenes (ca. 276–194 f.Kr.) var matematiker, astronom og geograf. Han var leder for det berømte biblioteket i Aleksandria i Egypt.

Eratosthenes hevdet at jorda var kuleformet.

Han regnet ut omkretsen av jorda – en av de store vitenskapelige prestasjonene i antikken.

Kilde: Cleomedes, *De motu circulari X*



Vi regner med at jorda har tilnærmet form som en kule. Jordas diameter er $12\,756\ \text{km}$.

a)

Regn ut jordas radius og omkrets.

Løsningsforslag a)

Formelen for omkrets av en sirkel kan skrives som:

$$O = 2\pi r$$

og

$$O = \pi d$$

Jordas diameter er $12756\ \text{km}$. For å finne radius dividerer vi med 2:

$\text{Jordas radius} = \frac{12756}{2}\ \text{km} = 6378\ \text{km}$

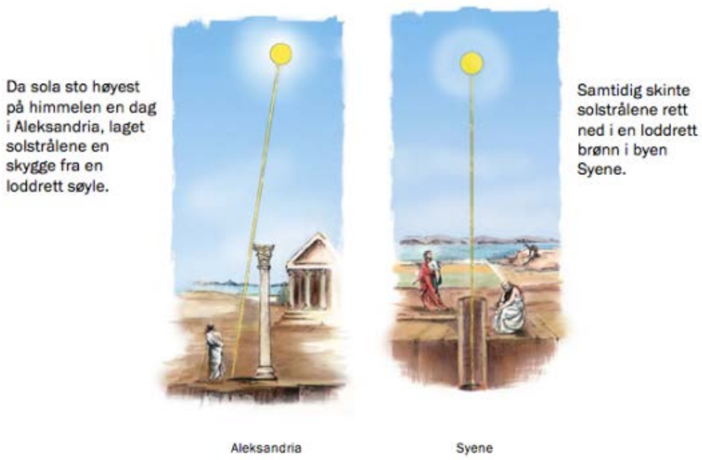
Vi setter diameter inn i formelen for å finne omkrets:

$\text{Omkrets} = 12756\ \text{km} \cdot \pi = 40074\ \text{km}$

Svar: Radius er 6378 km og omkrets er $40\,074$ km.

b)

Eratosthenes beregnet jordas omkrets ut fra måling av skygger i to byer, Aleksandria og Syene. Aleksandria lå nord for Syene.



Da sola sto høyest på himmelen en dag i Aleksandria, laget solstrålene en skygge fra en loddrett søyle.

Samtidig skinte solstrålene rett ned i en loddrett brønn i byen Syene.

Eratosthenes fant at vinkelen mellom søylen og solstrålene var $\frac{1}{50}$ av 360°.

Regn ut hvor mange grader vinkelen mellom søylen og solstrålene var.

Løsningsforslag b)

Vi må dividere 360° med 50 for å finne en femtiendedel:

$$\frac{360^\circ}{50} = \frac{36^\circ}{5} = 7{,}2^\circ$$

Svar: $\underline{\underline{7{,}2^\circ}}$

c)

Avstanden mellom Aleksandria og Syene var 5000 egyptiske stadion.
$1 \text{ stadion} = 157{,}5 \text{ m}$.

Regn ut hvor mange kilometer det var mellom Aleksandria og Syene.

Løsningsforslag c)

Vi vet at avstanden mellom Aleksandria og Syene var 5000 egyptiske stadion. 1 stadion er det samme som $157,5 \text{ m}$:

$$1 \text{ stadion} = 157,5 \text{ m}$$

1000 m er 1 km. Da er 1 m er det samme som $0,001 \text{ km}$. 1 stadion er:

$$157,5 \text{ m} = 157,5 \cdot 0,001 \text{ km} = 0,1575 \text{ km}$$

Vi regner om 5000 stadion til km:

$5000 \text{ stadion} = 5000 \cdot 0,1575 \text{ km} = 787,5 \text{ km}$

Svar: Avstanden er $787{,}5$ km.

d)
Vi regner med at 71% av jordas overflate er dekket med vann. Overflaten O av en kule er gitt

ved formelen $O = 4\pi r^2$.

Hvor stort er arealet av jordas overflate som er dekket med vann?

Oppgi svaret ditt på standardform.

Løsningsforslag d)

Formelen for overflaten av en kule med radius r er:

$$O = 4\pi r^2$$

Radius til jorda er 6378 km. Vi setter det inn i formelen og finner overflaten:

$$O = 4 \cdot \pi \cdot 6378^2 \text{ km}^2 \approx 511185932 \text{ km}^2$$

71% av overflaten er dekket med vann. Vi starter med å finne 1% av overflaten. Det gjør vi ved å dividere med 100:

$$1\% = \frac{511185932}{100} \text{ km}^2 = 5111859,32 \text{ km}^2$$

Vi multipliserer med 71 for å finne 71%:

$$71\% = 71 \cdot 5111859,32 \text{ km}^2 = 362942011,72 \text{ km}^2$$

Vi skal oppgi svaret på standardform. Å skrive et tall på standardform betyr å skrive det som produktet av et tall mellom 0 og 1, og en tierpotens.

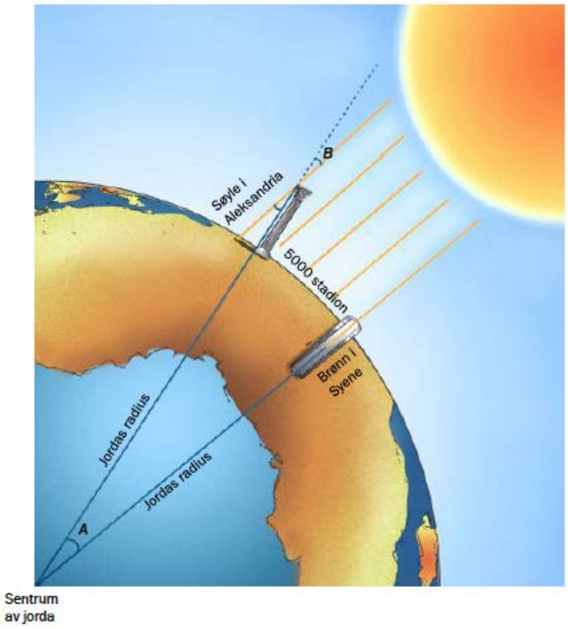
$$362942011,72 \text{ km}^2 \approx 3,623 \cdot 10^8 \text{ km}^2$$

Svar: Arealet av jorda som er dekket av vann er ca $3{,}63 \cdot 10^8 \text{ km}^2$.

Oppgave 7 (3 poeng) Nettkode: E-4C1X

Nedenfor ser du en skisse som viser solstrålene, søylen i Aleksandria, brønnen i Syene, avstanden mellom Aleksandria og Syene og jordas radius og sentrum.

Siden sola er så langt borte, antar vi at alle solstrålene som treffer jorda, er parallelle.



a)

Begrunn hvorfor $\angle A = \angle B$.

Løsningsforslag a)

Solstrålen som danner vinkel $\angle B$ med søylen i Aleksandria, er parallell med linjen mellom jordas sentrum og brønnen i Syene. Vinklene $\angle A$ og $\angle B$ deler et vinkelbein, nemlig linjen mellom jordas sentrum og søylen i Aleksandria. Vinklene $\angle A$ og $\angle B$ er derfor samsvarende vinkler. Det betyr at $\angle A = \angle B$.

b)

Eratosthenes kom fram til at jordas omkrets var $250\ 000$ stadion ($39\ 375\ \text{km}$).

Vis dette ved regning.

Løsningsforslag b)

Vinkler som har felles toppunkt, og som har vinkelbein i stikk motsatt retning, kalles **toppvinkler**. Toppvinkler er like store.

Fra oppgave 6 vet vi at vinkelen mellom søylen i Aleksandria og solstrålen var $1/50$ av 360°. Vi kaller denne vinkelen $\angle C$. Vi ser på figuren at $\angle B$ og $\angle C$ er toppvinkler, så $\angle B = \angle C$.

I oppgave a) har du vist at vinkelen $\angle A$ er lik $\angle B$. Det betyr at $\angle A$ er lik $1/50$ av 360°. Herfra kan du bruke den alternative løsningen!

360° er det samme som en hel runde rundt en sirkel. Da er $1/50$ av 360° det samme som $1/50$ av runden rundt sirkelen. Vi ser på runden rundt sirkelen som omkretsen.

$1/50$ av omkretsen er 5000 stadion. For å finne omkretsen må vi multiplisere med 50:

$$\text{Omkrets av jorda} = 50 \cdot 5000 \,\text{stadion} = 250000 \,\text{stadion}$$

Svar: Jordas omkrets er $250\,000$ stadion.

ALTERNATIV LØSNING

Avstanden mellom søylen i Aleksandria og brønnen i Syene er en sirkelbue som er en del av omkretsen til jorda. Lengden av en sirkelbue med vinkel a, i en sirkel med radius r er:

$$s = 2\pi r \cdot \left(\frac{a}{360^\circ}\right)$$

Vi skriver om formelen slik at det står r er lik:

$$2\pi r \cdot \left(\frac{a}{360^\circ}\right) = s$$

Vi dividerer med 2π på begge sider av likhetstegnet:

$$\frac{2\pi r}{2\pi} \cdot \left(\frac{a}{360^\circ}\right) = \frac{s}{2\pi}$$

Vi multipliserer begge sider med $\frac{360^\circ}{a}$:

$$r \cdot \left(\frac{a}{360^\circ}\right) \cdot \left(\frac{360^\circ}{a}\right) = \frac{s}{2\pi} \cdot \left(\frac{360^\circ}{a}\right)$$

$$r = \frac{s}{2\pi} \cdot \left(\frac{360^\circ}{a}\right)$$

Vinkelen mellom de to stedene er $7{,}2^\circ$ og sirkelbuen er 5000 stadion. Vi setter inn $7{,}2^\circ$ for a og 5000 for s:

$$r = \frac{5\,000}{2\pi} \cdot \frac{360^\circ}{7{,}2^\circ}$$

$$r = \frac{1}{2\pi} 5000 \cdot 50 = \frac{250000}{2\pi}$$

Radius av jorda er altså $\frac{250000}{2\pi}$ stadion. Formelen for omkretsen av en sirkel er:

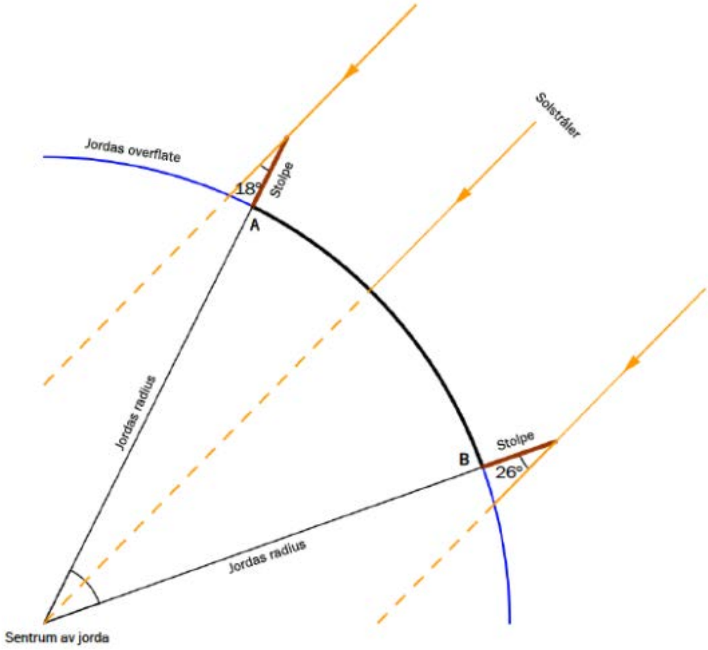
$$O = 2\pi r$$

Vi setter inn uttrykket for r og finner omkretsen av jorda:

$$O = 2\pi \cdot \frac{250000}{2\pi} = 250000$$

Oppgave 8 (2 poeng) Nettkode: E-4C26

Byen A ligger nord for byen B. Byene ligger langs samme lengdegrad. På et tidspunkt er det 18° mellom en stolpe og solstrålene i byen A. På samme tid er det en vinkel på 26° mellom en stolpe og solstrålene i byen B.



Regn ut hvor mange kilometer det er mellom byen A og byen B.

Løsningsforslag

Alle solstrålene er parallelle. Vi kaller jordas sentrum S, og punktet der den midterste solstrålen treffer jordoverflaten kaller vi C.

Vinkel $\angle ASC$ er samsvarende vinkel med den nordligste vinkelen, 18°. De har parallelle vinkelbein, og deler ett vinkelbein. Det betyr at $\angle ASC = 18^\circ$.

Vinkel $\angle SCB$ er samsvarende vinkel med den sørligste vinkelen, 26°. De har parallelle vinkelbein og deler et vinkelbein. Det betyr at $\angle ASC = 26^\circ$.

Vi ser at vinkelen $\angle ASB$ er summen av vinklene $\angle ASC$ og $\angle CSB$, så

$\angle ASB = 18^\circ + 26^\circ = 44^\circ$

Hele sirkelen er 360°.Vi vil finne hvor stor del av sirkelen 44° er, så vi multipliserer $\frac{44}{360}$ med hele omkretsen:

$$\frac{44^\circ}{360^\circ} \cdot 39\,375 \text{ km} \approx 4\,812 \text{ km}$$

Svar: Avstanden mellom byene A og B er $\underline{\underline{4\,812 \text{ km}}}$.