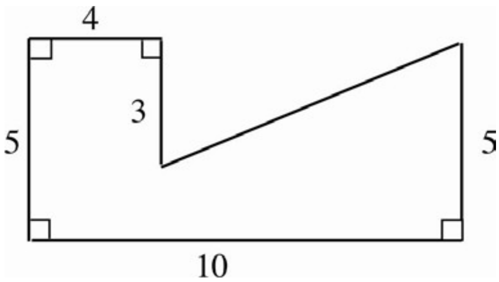
OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

SETT 6

DAG 1

1. Hva er arealet av figuren?



A)32 B) 35 C) 41 D) 44 E) 47

2. Sofie bruker 30 sekunder på å gå opp en rulletrapp som er ute av drift. Når rulletrappen virker, tar det 60 sekunder å komme opp for en person som står stille. Hvor mange sekunder bruker Sofie på å komme opp hvis hun går samtidig med at rulletrappen virker? (Hint: Du kan anta at trappen for eksempel er 60 meter lang)

A)15 B) 18 C) 20 D) 24 E) 25

Løsninger:

1. *C*. Arealet av det omskrevne rektangelet er 50, og arealet av trekanten som mangler, er $\frac{3 \cdot 6}{2} = 9$. Arealet av figuren blir derfor $50 - 9 = 41$.

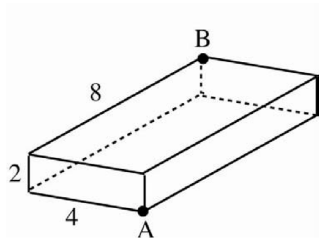
2. *C*. Hvis trappen er 60 meter lang, så ser vi at Sofie går med en fart på 2 meter per sekund, mens rulletrappen går med en fart på 1 meter per sekund. Når Sofie går opp en fungerende rulletrapp, har hun dermed en fart på 3 meter per sekund, og de 60 meterne tar da $\frac{60}{30} = 2$ sekunder.

DAG 2

1. Håkon og Elin skal til skolen. De bor i samme hus og starter samtidig. Håkon sykler i 12 km/h mens Elin går i 6 km/h. Når Håkon kommer fram til skolen, snur han og sykler tilbake til Elin. Når han når fram til Elin, snur han igjen og sykler tilbake til skolen. Slik fortsetter han til Elin er fremme på skolen. Hvor mye langt har Håkon syklet hvis det er 1 km til skolen? (Vi antar at Håkon ikke taper noe tid på å snu sykkelen).

A) 1,5 km B) 2 km C) 2,4 km D) 3 km E) 4 km

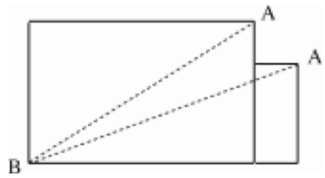
2. En maur skal gå fra A til B på en treblokk med dimensjonene $2 \cdot 4 \cdot 8$. Hvor langt må den gå dersom den tar den korteste veien?



Løsninger:

1. *B*. Siden Håkon sykler like lenge som Elin går, og Håkon beveger seg dobbelt så raskt som Elin, må Håkon tilbakelegge den dobbelte distansen, det vil si 2 km.

2. Hvis man tenker på trekubben som en pappeske som brettes ut (som vist på figur), ser vi at det er to aktuelle ruter mauren kan følge (de stiplede linjene). Den ruten som går over de to største sidene, er kortest, og Pythagoras læresetning gir oss lengden:
$$L = \varphi(8^2 + 6^2) = 10$$



DAG 3

1. I en stor ludoturnering er det 56 deltagere. Det spilles 6 runder der det er 4 deltakere per brett, og 2 runder der det er to deltakere per brett. Alle deltakerne er med på hver runde. Hvor mange spill blir det totalt?

   A) 140 B) 168 C) 196 D) 224 E) 280

2. Ved midnatt begynner en klokke å oppføre seg merkelig. Minuttviseren går halvparten så raskt som normalt og timeviseren går dobbelt så raskt som normalt. Hva er den riktige tiden når begge viserne for første gang peker i samme retning?

   A) 0:40 B) 1:20 C) 1:40 D) 2:30 E) 3:00

Løsninger:

1. *A*. I hver av de første 6 rundene spilles det over $\frac{56}{4} = 14$ brett, og i hver av de to siste spilles det over $\frac{56}{2} = 28$ brett. Totalt blir dette $6 \cdot 14 + 2 \cdot 28 = 140$ spill.

2. *E*. Etter 2 timer har minuttviseren gått én runde og står på 12, mens timeviseren har kommet til 4. Fremdeles har ikke minuttviseren tatt igjen timeviseren med én runde. Men en time senere står begge viserne på 6. Klokka er da 3:00.

DAG 4

1. Bente kjøpte et skjørt på salg for 180 kroner. Rabatten var på 20%. Hva var opprinnelig pris på skjørtet?

   A) 200 kr B) 216 kr C) 225 kr D) 240 kr E) 275 kr

2. Bård har et visst antall kronestykker i hver hånd. I den ene har han et odde antall, i den andre et jevnt antall. Hvis han ganger antall kroner i venstre hånd med 7, ganger antall kroner i høyre hånd med 8, og legger sammen disse to tallene, får han svaret 107. Har Bård et jevnt eller odde antall kroner i venstre hånd?

Løsninger:

1. *C*. Hvis x er opprinnelig pris så er $\frac{80}{100}x = 180$, eller $x = 180 \cdot \frac{5}{4} = 225$.

2. Anta at Bård har H kroner i høyre hånd og V kroner i venstre. Da er $7V + 8H = 107$. Siden 107 er et oddetall, og $8H$ er et partall, må $7V$ være et oddetall. Dermed må også V være et oddetall. Bård har altså et odde antall kroner i venstre hånd.

DAG 5

1. Kortene i en vanlig kortstokk uten jokere legges på et bord ett for ett. Hva er sannsynligheten for at det 10. kortet er en konge?

   A) $\frac{1}{52}$ B) $\frac{1}{14}$ C) $\frac{1}{13}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{4}$

2. Summen av tre primtall er 80. Hva er det minste av dem?

   A)2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 11

Løsninger:

1. *C*. Det er 4 konger av i alt 52 kort. Sannsynligheten for at et tilfeldig kort er en konge er derfor lik $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$. (Det er ingenting spesielt med det 10. kortet; sannsynligheten blir den samme for alle kortene.)

2. *A*. Dersom alle de tre primtallene var odde, ville summen også blitt odde. Minst ett av tallene må derfor være jevnt, og siden 2 er det eneste jevne primtallet, må et av tallene være lik 2. Fordi 2 er det minste av alle primtall, må det også være det minste av de tre.

DAG 6

1. Finn et tosifret tall slik at produktet av sifrene er lik halvparten av tallet.

2. Thomas spiller på rulett, og satser hele tiden på rødt. Hvis kula lander på rødt får han tilbake det dobbelte av innsatsen, og hvis kula lander på sort taper han innsatsen. Thomas har som prinsipp å alltid satse halvparten av det han har. Dersom han i løpet av 6 spill vinner tre ganger og taper tre ganger, vil pengebeholdningen hans da gå opp eller ned?

Løsninger:

1. 36 er det eneste tosifrede tallet med denne egenskapen. (Hvis de to sifrene er a og b, kan betingelsen i oppgaven uttrykkes ved $10a + b = 2ab$. Av dette kan man se at b er et partall større enn 5. De to mulighetene $b = 6$ og $b = 8$ sjekkes så separat, og bare $b = 6$ gir en heltallig verdi for a.)

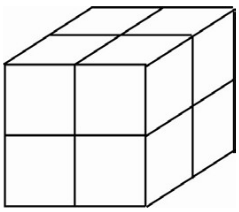
2. Pengebeholdningen vil gå ned. Et vunnet spill vil øke hans kapital med 50%, dvs. at hans nye kapital er $\frac{3}{2}$ ganger den forrige. Etter et tapt spill vil kapitalen være halvparten av det den var før spillet. Uansett rekkefølgen på tap eller vinster vil kapitalen etter 6 slike spill være $\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{27}{64}$ av opprinnelig pengebeholdning. Selv om Thomas vinner like ofte som han taper, så vil han altså tape over halvparten av sine penger etter 6 spill.

DAG 7

1. Det er stummende mørkt på soverommet, og du trenger et par sokker. I sokkeskuffen ligger det 10 røde, 20 grønne, 24 svarte, 30 blå og 36 hvite sokker. Hva er det minste antallet sokker du må ta ut for å være sikker på å få to sokker av samme farge?

   A) 5 B) 6 C) 9 D) 11 E) 37

2. En kube blir delt opp i 8 mindre identiske kuber som på figuren. Hva mange ganger større er det samlede overflatearealet til de små kubene i forhold til overflatearealet til den store kuben?



   A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{15}{7}$ D) 2 E) 4

Løsninger:

1. *B*. Hvis du tar 5 sokker, kan du risikere å få 1 rød, 1 grønn, 1 svart, 1 blå og 1 hvit. Tar du med én til, må det være to av samme farge, siden det bare er 5 ulike farger i skuffen.

2. *D*. Hver av de små kubene har seks sider, og tre av disse vender ut (dvs. ligger på overflaten av den store kuben). Det samlede overflatearealet til de små kubene er dermed dobbelt så stort som arealet til den store.