



matematikk.org

OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

SETT 4

DAG 1

1. Hvor mange av de ett hundre første positive heltallene, 1, 2, 3, ..., 99, 100, er delelig med 2, 3, 4 og 5?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
2. Ett tusen terninger med sidelengde 1 blir satt sammen til en stor terning med sidelengde 10. Denne terningen blir så malt. Hvor mange av de opprinnelige terningene har maling på minst én sideflate?
A) 600 B) 520 C) 488 D) 480 E) 400

Løsninger

1. *B.* Hvis et tall er delelig med både 3 og 4, må det også være delelig med 12, og hvis et tall er delelig med 5 og 12, må det være delelig med 60. Alle tall som er delelig med 60, er også delelige med 2. Det er bare ett positivt tall mindre enn 100 som er delelig med 60, nemlig 60 selv.
2. *C.* Her er det lettest å telle hvor mange terninger som ikke har maling på seg, og det er jo $8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$ terninger. Dette gir 488 terninger med maling.

DAG 2

1. Hvis tre ganger det største av to tall er lik fire ganger det minste, og differansen mellom tallene er 8, hvor stort er da det største av de to tallene?
A) 24 B) 32 C) 40 D) 48 E) 64
2. En vannmelon veide opprinnelig 5 kg og inneholdt 99% vann. Etter å ha ligget lenge i sola har en del av vannet fordampet, slik at vannprosenten har gått ned til 98%. Hva veier vannmelonene nå?
A) 2,5 kg B) 4 kg C) 4,5 kg D) 4,9 kg E) 4,95 kg



Løsninger

1. *B.* Hvis det største tallet er x blir det minste $x - 8$. Den første betingelsen i oppgaven kan nå uttrykkes ved $4(x - 8) = 3x$ som gir $4x - 3x = 32$ og dermed $x = 32$.
2. *A.* Vekten av det som ikke er vann, endrer seg ikke under prosessen; den er 1% av 5 kg, det vil si 0,05 kg. Etter fordampningen utgjør dette 2% av hele, slik at vannmelonens vekt må være $50 \cdot 0,05 \text{ kg} = 2,5 \text{ kg}$.

DAG 2

1. Hva er summen av de 80 første positive partallene minus summen av de 80 første positive oddetallene?
A) 0 B) 20 C) 40 D) 80 E) 160
2. En følge av tall begynner med 1, 3, 2, -1, -3, ..., og er slik at hvis du tar et tall minus det foregående får du det neste. Hva er summen av de 100 første tallene i følgen?
A) 5 B) 4 C) 2 D) 1 E) -1

Løsninger

1. *D.* Det første positive partallet, 2, er én større enn det første positive oddetallet, 1, det andre positive partallet, 4, er én større enn det andre positive oddetallet, 3, og så videre. Summen blir derfor $(2 - 1) + (4 - 3) + \dots + (160 - 159) = 80$.
2. *A.* Hvis vi regner noen flere ledd, får vi 1, 3, 2, -1, -3, -2, 1, 3, ..., og vi ser at følgen gjentar seg med periode 6, og at summen av 6 etterfølgende tall alltid blir 0. Summen av de $96 = 6 \cdot 16$ siste tallene i følgen blir dermed også 0, så det holder å legge sammen de første 4 tallene: $1 + 3 + 2 - 1 = 5$.

DAG 4

1. Hvis du trekker 5 rette linjer på et ark, hva er det største antall skjæringspunkter du kan få?
A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15



matematikk.org

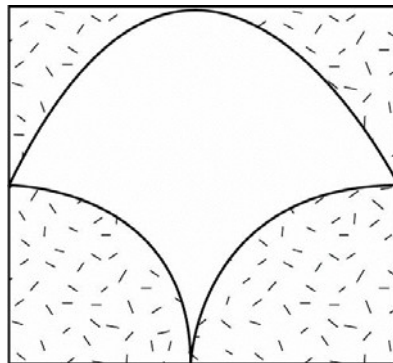
2. En gruppe advokater og en gruppe leger er samlet. Gjennomsnittsalderen blant legene er 35 år, mens gjennomsnittsalderen blant advokatene er 50 år. Det totale gjennomsnittet er 40 år. Hva er forholdet mellom antall leger og antall advokater?
- A) 3:2 B) 3:1 C) 2:3 D) 2:1 E) 1:2

Løsninger

1. C. Med 2 linjer kan du få høyst 1 skjæringspunkt. Den 3. linjen kan skjære hver av de andre linjene maksimalt én gang, så dette gir høyst 2 nye skjæringspunkter. Den 4. og 5. linjen gir tilsvarende opphav til høyst 3 og 4 nye skjæringspunkter. Totalt kan vi altså ha maksimalt $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ skjæringspunkter.
2. D. Hvis vi tenker oss at alle advokatene er 50, og alle legene er 35, ser vi at to leger og én advokat har gjennomsnittsalder 40, og forholdet blir 2:1. Mer formelt: Hvis det er m leger som til sammen er $35m$ år, og n advokater som til sammen er $50n$ år, får vi likningen $35m + 50n = 40(n + m)$. Dette gir $10n = 5m$ eller $m = 2n$, som vil si at det er dobbelt så mange leger som advokater.

DAG 5

1. I et kvadrat med sidelengde 4 cm er det tegnet deler av sirkler slik figuren viser (to kvartsirkler og en halvsirkel). Hva er arealet av det skraverte området?



2. En terning har samlet overflate på 24 cm². Hva er terningens volum, i cm³?
- A) 8 B) 16 C) 27 D) 48 E) 64

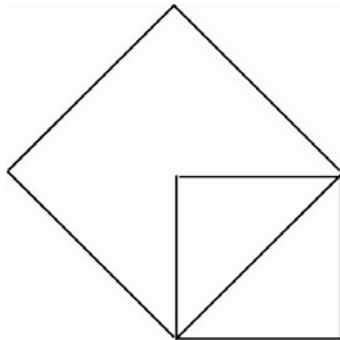


Løsninger

1. De to minste delene av det skraverte arealet kan legges ned i den nedre halvdelen av kvadratet slik at de sammen med de to største skraverte delene dekker akkurat halve kvadratet. Kvadratet har areal 16 cm^2 så arealet av det skraverte området blir 8 cm^2 .
2. A. Hver av de 6 sidene har areal 4 cm^2 . Dermed er kantene 2 cm og volumet blir $2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}^3$.

DAG 6

1. Hva er forholdet mellom arealet av det store og arealet av det lille kvadratet?



- A) 3:2 B) $2\sqrt{2}:1$ C) 2:1 D) $\sqrt{2}:1$ E) 3:1
2. John, Lars og Jørgen har til sammen 73 bøker. John har 5 bøker flere enn Lars og Lars har 7 flere enn Jørgen. Hvor mange bøker har John?
A) 28 B) 30 C) 33 D) 35 E) 37

Løsninger

1. C. Hvis vi forlenger linjene i det lille kvadratet, ser vi at det store kvadratet er delt inn i fire like store trekanter, og at det lille kvadratet består av to slike trekanter. Dermed er arealet av det store kvadratet dobbelt så stort som arealet av det lille.
2. B. Hvis Lars kjøper 5 bøker til, og Jørgen kjøper 12 bøker til, har alle like mange. De har da $73 + 5 + 12 = 90$ bøker til sammen. John har tredjedelen av dette, det vil si 30 bøker.

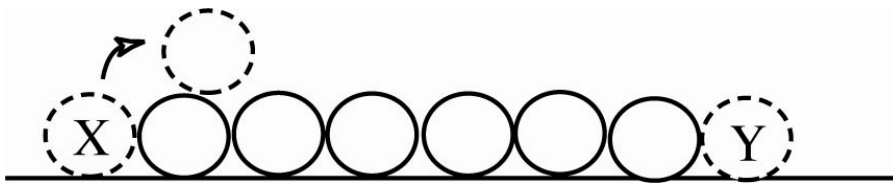


DAG 7

1. Det samme tallet legges til både i teller og nevner i brøken $2 / 11$. Dersom resultatet blir lik $1 / 2$, hvilket tall var det vi la til?

A) 4 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

2. Et hjul rulles over 6 identiske hjul uten å gli, fra posisjon X til posisjon Y som på figuren. Hvor mange omdreininger dreies hjulet på ferden?



A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,33 E) 2,5

Løsninger

1. C. Ved å prøve seg fram, eller ved å løse likningen $(2 + x) / (11 + x) = 1 / 2$, finner man at tallet som legges til må være 7.
2. B. Observer først at når et hjul ruller på utsiden av et annet og like stort hjul så blir den totale rotasjonen det dobbelte av vinkelen det ruller over.

Først rulles hjulet opp fra X til mellom det første og det andre hjulet i rekka. Dette svarer til en vinkel på 120° , så rulles hjulet 4 ganger fra et mellomrom til det neste, der hvert av stegene tilsvarer en vinkel på 60° . Til slutt rulles hjulet ned til posisjon Y, som tilsvarer 120° . Til sammen blir dette $2 \cdot 120^\circ + 4 \cdot 60^\circ = 480^\circ$. Vi vet at den totale rotasjonen til hjul X blir det dobbelte av dette, altså 960° , som tilsvarer 2,67 omdreininger.