



Oljematematikk

Et undervisningsopplegg om olje og matematikk

Forestill deg at dere driver et oljeselskap. Ikke noe lite filleselskap, men et stort et som hver dag både tjener og bruker millioner av kroner. Med haugevis av ansatte og svære plattformer i Nordsjøen. Tenk deg at dere hadde ansvaret for å finne mer olje, for å sørge for at produksjonen foregikk uten fare verken for mennesker eller naturen og at dere hele tiden måtte passe på at virksomheten var lønnsom.

I dette undervisningsopplegget er det nettopp det dere skal gjøre. I fellesskap skal dere drive et oljeselskap fra letefasen og helt fram til plattformene blir utrangerte og dere må finne nye energikilder slik at vi fortsatt kan få den strømmen vi trenger. Dere vil hele tiden få oppgaver som må løses og resultatene må dere bruke i det videre arbeidet. Dere må jobbe som et lag, det er bruk for hele klassen. Gjør dere noen en feil, går det ut over alle. Veldig få av oppgavene har fasitsvar, det er opptil dere selv å gjøre beregninger og det er deres egne vurderinger som avgjør hvor godt selskapet går.

Den aller første oppgaven skal dere løse i fellesskap, dere skal finne på et navn til oljeselskapet. Når dere har gjort det, kan dere gå videre til neste fase og begynne den virkelige jobben.

Undervisningsopplegget: Oljeeventyret

Opplegget går over 5 deler og baserer seg hovedsakelig på integrert teamarbeid. Klassen deles i 6 team som får litt ulike oppgaver underveis.

Fase 1: Prosjekterings- og letefase

I denne fasen skal det hele prosjekteres, det skal letes etter olje og penger skal investeres.

Fase 2: Borefase

Dere skal finne ut hvor mye olje som er i brønnene og dere fortsetter å vurdere de finansielle sidene.

Fase 3: Produksjonsfase

Plattformer skal bygges, dere må se hvordan dere kan få mest mulig olje ut av brønnene og se på miljøaspektene som må tas hensyn til

Fase 4: ULYKKE!

Alle må trå til for å begrense katastrofen, olje renner ut, plattformen brenner, pengene forsvinner ut.

Fase 5: Oppsummering og avslutning

Plattformen skal hogges opp og det skal vurderes hva man gjør videre mht. energiproduksjon.

Forslag til fordeling på team i de ulike fasene finner dere under. Tallene angir antall team som driver med de ulike oppgavene:

	Finans- gruppe	Lete- gruppe	Bore- gruppe	Energi- gruppe	Produksjons- gruppe
Fase 1	1	4			1
Fase 2	2		4		
Fase 3	1				5
Fase 4	1			3	2
Fase 5				3	3

Fra tabellen leser dere at det samme teamet *ikke* er den samme *type* team hele tiden. Løpet gjennom de fem fasene kan for eksempel for et team være: Først er de finansgruppe, så er de boregruppe, deretter produksjonsgruppe, energigruppe og til slutt energigruppe igjen.

FASE 1

Produksjonsgruppe, fase 1

Utstyr: Terninger og "Brønnoversikt"

	Pris for å lete etter olje (millioner kroner)	Tid det tar for å finne (eventuell) olje (måneder)	Sannsynlighet for at det er olje i brønnen
A	250	14	10%
B	200	17	50%
C	180	18	75%
D	220	10	25%
E	230	10	30%
F	120	14	33%
G	150	15	50%
H	280	19	50%
I	170	11	40%
J	100	10	25%
K	200	12	35%

Over finner dere en oversikt over de 11 brønnene som kan prøvebores. I høyre kolonne finner dere de oppgitte sannsynligheter for at det er olje i brønnene.

Når dere skal bore etter olje må dere ha en måte å avgjøre om brønnen inneholder olje eller ei. Dette kan gjøres ved å slå en terning på en slik måte at "olje-sannsynlighetene" gjenskapes ved spesielle slagrekkefølger.

Opgaven er altså å finne måter å slå en terning for å framskaffe modeller for de ulike sannsynlighetene.

Ta f.eks. brønn A. Brønn A har sannsynlighet 10% for å inneholde olje. Det er ikke umiddelbart helt opplagt hvordan man kan få til noe som har 10% sannsynlighet ved hjelp av en terning. Det beste er å dele prosessen i to.

Først skal vi få til 20% og deretter halvere sannsynligheten. For å få til 20% sannsynlighet eller 1/5, så ignorerer vi 1-ere. Vi later rett og slett som de ikke finnes og dersom vi slår en 1-er, så slår vi bare terningen om igjen. Dermed er det 5 muligheter igjen (2,3,4,5,6) og de er like sannsynlige, altså 20% på hver. I neste runde skal vi halvere, da tar vi 1-erne med igjen og deler mulige utfall i to like store grupper, f.eks. partall og oddetall.

Implementeringen av 10% blir dermed: Slå én terning og se bort fra 1-ere (slå i så fall om igjen). Vi har 20% sjanse for å få 6 på denne måten. Deretter slår vi terningen en gang til. Nå har vi 50% sjanse for å få partall. Det å først få en 6-er (uten 1-ere) og deretter et partall vil opptre med 10% sannsynlighet.

Opgaven går ut på å finne måter å gjøre dette på for alle de 11 brønnene. Sjekk både teoretisk og ved utprøving at oppstillingene deres gir de rette sannsynlighetene.

Når alle gruppene i fase 1 er ferdige med sitt arbeid skal brønnene testes. Dette gjør klassen i plenum. Dere har da ansvaret for å slå terningen etter oppsettet dere har laget, for endelig å fastslå hvilke brønner som har olje og hvilke som er tomme.

Finansgruppe, fase 1

Utstyr: "Brønnoversikt" (se over)

Investorene har gått inn med 1,5 milliarder kroner for å lete etter olje. De har konsesjon på de 11 brønnene A-K som er gitt i "Brønnoversikten" over. Deres oppgave er å plassere disse pengene i påvente av at de skal bli brukt til leting.

På bakgrunn av tabellen under for avkastning på pengeplasseringer og betingelser skal dere finne ut hvordan de 1,5 milliarder som er til rådighet skal fordeles i ulike finansinstitusjoner. Finn flere alternativer mht. ulike tids-, avkastnings- og risikoperspektiver.

	Betingelser
Westbank ltd.	3% p.a. avkastning på første 0,5 milliarder, 5% p.a. på resten, stor sikkerhet
Statsobligasjoner	4% p.a. avkastning på hele beløpet, stor sikkerhet
IVO-bank	3-6% p.a. avkastning på hele beløpet, veldig avhengig av svingninger i verdensøkonomien
Euroinvest	5-7% p.a. på alt som står lenger enn 2 år, avhengig av stabiliteten til Euroen. 2 % p.a. på resten.

Sett opp en oversikt som viser ulike alternativer. Dere trenger ikke sette alle pengene samme sted. Resultatet presenteres for klassen i plenum. Legg vekt på presentasjonen.

Dere skal prøve å få klassen til å være enige med dere i de valgene dere har gjort. Det kan kanskje være lurt å illustrere tallene med tabeller eller grafer.

Letegruppe, fase 1

Utstyr: "Brønnoversikt" (se over)

Det springende punktet i prosjektet er om dere finner olje i de brønnene dere tester ut. I vedlegget finner dere en tabell over de 11 aktuelle brønnene A-K, med letekostnader, tidsbruk og sannsynlighet for å finne olje i brønnen.

Oppgaven deres er å sette opp en plan for hvilke brønner dere skal bore. Det er om å gjøre å finne flest mulig brønner som inneholder olje. Dere skal sette opp og presentere for klassen et program for hvilke brønner som skal bores og når.

Dere må holde dere innenfor følgende rammer:

- Dere har 1,5 milliarder kroner til disposisjon
- Dere har 4 år på dere
- Dere har 2 borerigger som kan brukes samtidig
- Dere trenger 1 måned for å flytte en borerigg fra en brønn til en annen

Når dere har satt opp en boreplan legges denne fram for klassen i plenum.

I henhold til oppskriften på å slå terninger som produksjonsgruppen har satt opp, skal dere nå avgjøre hvilke brønner det er olje i. Gå gjennom alle brønnene, slå terningene og finn ut om det er olje der! Produksjonsgruppen står for terningkastene (i plenum).

FASE 2

Boregruppe, fase 2

I denne fasen skal dere finne ut hvor mye olje det er i brønnene. For hver brønn finnes et sett av seismiske data, areal av feltet og en metningsgrad (se nedenfor). Dere skal tolke de seismiske dataene for å finne ut hvor tykt oljelaget er og derigjennom hvor mye olje det er i brønnen. Til hjelp har dere en figur som viser de ulike lagene og hvor fort lyden går gjennom dem (se nedenfor). Dere vet også hvor dypt nede oljen ligger i akkurat denne brønnen.

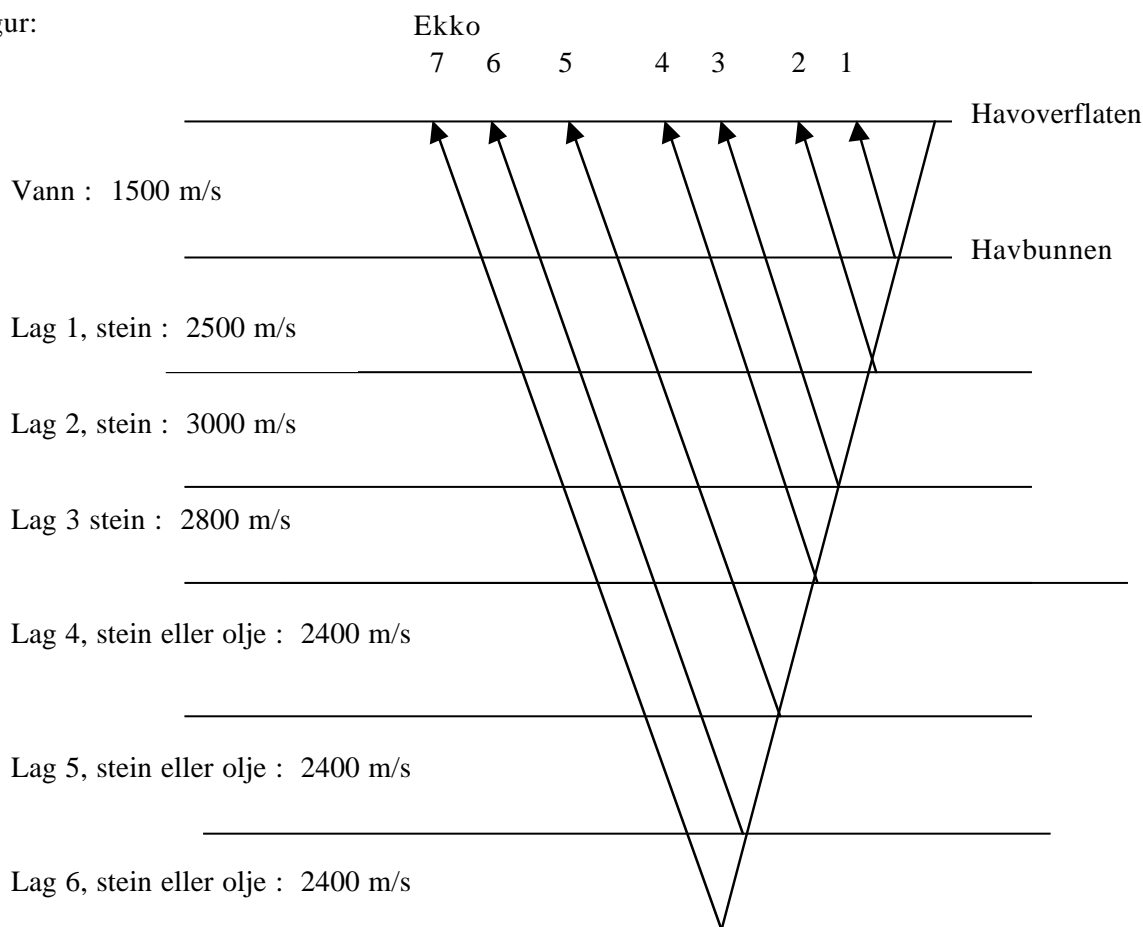
Resultatene fra de seismiske undersøkelsene. Tallene gir tiden i sekunder fra signalet ble sendt fra havoverflaten til det kom tilbake til havoverflaten etter å ha blitt reflektert i fra overgangen mellom to lag på havbunnen:

	Ekko 1	Ekko 2	Ekko 3	Ekko 4	Ekko 5	Ekko 6	Ekko 7
A	0,27	0,91	1,57	1,93	2,35	2,43	2,76
B	0,40	0,88	1,41	1,84	2,09	2,43	2,59
C	0,40	1,04	1,57	1,86	2,03	2,19	2,53
D	0,27	0,83	1,49	1,85	2,18	2,35	2,52
E	0,27	0,91	1,51	1,86	2,03	2,20	2,45
F	0,27	0,75	1,55	1,69	2,19	2,36	2,52
G	0,40	1,04	1,57	1,86	2,28	2,53	2,78
H	0,27	0,91	1,57	1,93	2,10	2,26	2,60
I	0,27	0,83	1,36	1,79	1,96	2,21	2,54
J	0,27	0,83	1,56	1,77	1,94	2,02	2,27
K	0,40	1,04	1,84	1,98	2,40	2,57	2,73

	Metningsgrad	Areal (m ²)	Tykkelse	Oljeinnhold
A	45 %	200 000		
B	50 %	100 000		
C	30 %	200 000		
D	35 %	150 000		
E	40 %	100 000		
F	45 %	120 000		
G	30 %	100 000		
H	40 %	50 000		
I	35 %	120 000		
J	30 %	180 000		
K	45 %	110 000		

Tykkelsen på oljelaget hentes fra de seismiske dataene og oljeinnholdet blir produktet av tykkelse, areal og metningsgrad. Fyll ut og gang sammen.

Figur:



Når alle gruppene er ferdige med fase 2 har dere til sammen følgende data: Dere vet hvilke brønner som inneholder olje og hvor mye det koster/hvor lang tid det tar å bore de opp. Dere vet hvor mange penger dere har til enhver tid (1,5 milliarder kroner pluss renter) og dere vet hvor mye olje hver av de brønnene dere skal produsere fra inneholder. Dere har også kjennskap til oljeprisen og dens svingninger. Dermed er vi klare for fase 3.

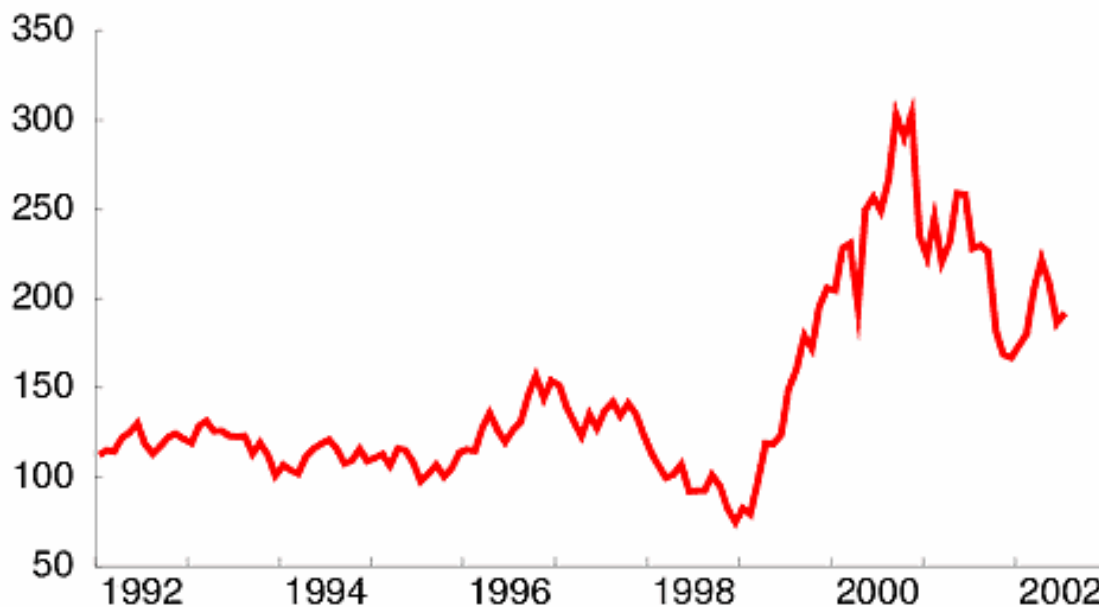
Finansgruppe, fase 2

Dere fortsetter arbeidet fra fase 1. Nå er det om å gjøre å finne ut hvordan vi kan tjene mest mulig penger på den oljen vi skal pumpe opp. Siden oljeprisen hele tiden varierer lønner det seg også å la oljeproduksjonen variere.

Finn ut hvordan oljeprisen på verdensmarkedet varierer. En av brønnene inneholder 5 000 000 tonn olje. Det maksimale som kan produseres i året er 730 000 tonn og det minste er 100 000. Bruk oljeprisen fra de siste 10 år og finn ut hvor mye det hadde vært lurt å produsere hvert år for å tjene mest mulig penger (se oversikt nedenfor).

Oljeprisene fra 1992 – 2002:

Fig. 7.5 Spotpris råolje, Brent Blend
Kroner pr. fat. Månedstall



Kilde: Norges Bank.

Når alle gruppene er ferdige med fase 2 har dere til sammen følgende data: Dere vet hvilke brønner som inneholder olje og hvor mye det koster/hvor lang tid det tar å bore de opp. Dere vet hvor mange penger dere har til enhver tid (1,5 milliarder kroner pluss renter) og dere vet hvor mye olje hver av de brønnene dere skal produsere fra inneholder. Dere har også kjennskap til oljeprisen og dens svingninger. Dermed er vi klare for fase 3.

FASE 3

Finansgruppe, fase 3

På bakgrunn av de opplysningene som er samlet inn i fase 1 og 2 skal dere foreslå en produksjonsplan. Hvor mye olje skal pumpes opp og når skal den pumpes opp?

Dataene, resultatene og konklusjonene skal samles i en liten rapport.

Produksjonsgruppe, fase 3

Vitensenteret i Trondheim viser deg hvordan du ruller papirrør:

<http://viten.ntnu.no/lagdinegen/ikosaeder.pdf>

- Rull papirrør eller bruk sugerør til å bygge en oljeplattform. Den skal være minimum 50 cm høy og tåle belastningen av en full brusflaske oppå toppen.
- Bland 2 dl sand og 1 dl olivenolje. Rør det hele til en grøt. Dette skal forestille olja slik den ligger nede under havet. Oppgaven går ut på å utvinne olje fra blandingen. Når dere er fornøyd måler dere opp hvor stor prosentandel av den olja dere startet med som dere har klart å utvinne.

FASE 4

Finansgruppe, fase 4

Det har skjedd en ulykke på en av plattformene og det foregår en ukontrollert utblåsning, dvs. oljen strømmer opp av borehullet og går rett i sjøen. Det er fare for eksplosjon på plattformen og den må evakueres. Alt disponibelt lenseutstyr på naboplattformer må fraktes til plattformen og det fort.

Det foreligger en del alternativer for å stoppe den ukontrollerte utblåsingen. Disse finner dere under. Det er knyttet kostnader og risiko til alle alternativene. Dere må velge mellom dem og komme fram til et forslag til løsning.

Alternativer:

	Kostnader	Risiko	Miljøproblemer
La det renne til brønnen er tom	Mister all oljen, store rensekostnader	Ingen risiko, hele området må evakueres	Enorme
Bore avlastningsbrønner for å stoppe utblåsingen nedenifra	2-3 milliarder, tar lang tid	Lav	Store
Plugge brønnen	ca. 500 millioner	Meget høy, stor fare for at liv går tapt	Begrensede

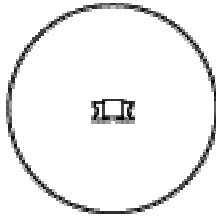
Energigruppe, fase 4

Oljen som strømmer opp av hullet sprer seg utover vannet. Totalt strømmer det ut ca. 25 l olje hvert sekund fra én brønn. Oljen legger seg på havet som et tynt lag, ca. 1 mm tykt og danner en sirkelskive med plattformen i sentrum. Dere må finne ut hvor stort oljeflaket blir på forskjellige tidspunkter, etter 1 dag, etter 2 dager, etter 1 uke osv.

Etter en stund observerer dere at oljeflaket ikke er like tykt overalt. Det er ca. 3 mm inne ved plattformen og så blir det gradvis tynnere etterhvert som vi kommer lenger og lenger fra plattformen. Oljelaget ser ut som en kjele. Kan dere nå finne ut hvor fort det brer seg utover?



Oljeflaket sett fra siden. Toppunktet er ved plattformen og er 3 mm høyt.



Oljeflaket sett ovenifra, plattformen i midten.

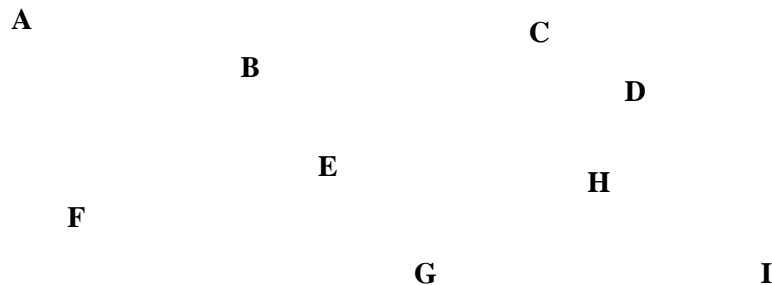
Få tak i et værkart for Nordsjøen (i dag). Plasser plattformen ett sted og finn ut hvor oljeflaket vil havne. Dere må ta hensyn til strøm og vind.

Produksjonsgruppe, fase 4

Transport av utstyr og materiell er en kritisk størrelse i en krisesituasjon. Under finner dere kart og avstandstabell mellom plattformene.

Dere har ansvaret for å samle inn lenseutstyr fra alle plattformene, men dere har kun ett skip til rådighet. Oppgaven deres går ut på å finne en rute som går innom alle plattformene og som er så kort som mulig.

Plattformenes plassering:



Avstander:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	X	6	12	14	8	7	12	14	19
B		X	7	9	8	7	8	9	14
C			X	3	7	13	9	6	10
D				X	7	14	8	3	7
E					X	6	5	6	11
F						X	8	12	16
G							X	5	8
H								X	5
I									X

FASE 5

Energigruppe, fase 5

I framtida vil mye av den energien vi bruker komme fra andre energikilder enn olje, gass og vannkraft. Vi tar mer og mer i bruk f.eks. vindkraft og biobrensel. Dere skal starte med energiproduksjon basert på disse energikildene. Kravet til anlegget er at det har en produksjonskapasitet på minimum 10 MW. Dette skal fordeles på vindkraft og biobrensel. Husk at 1 MW er det samme som 1 000 kW.

Investeringskostnadene for de to energikildene er gitt i tabellen. Totalt har vi 32 Mkr å investere. Mkr betyr millioner kroner. Driftskostnadene ved de to energiformene er også oppgitt i tabellen. For at produksjonen skal være lønnsom må driftskostnadene i gjennomsnitt være mindre enn 150 kr/MW.

	Vindkraft	Biobrensel
Investeringer	4 Mkr/MW	1,6 Mkr/MW
Drift	100 kr/MW	200 kr/MW

- (a) Tegn et koordinatsystem der den ene koordinaten gir antall installerte MW vindkraft, mens den andre gir installert effekt fra biobrensel. Finn det området som tilfredsstillende de tre kravene:
- Totalt installert effekt skal være på minimum 10 MW
 - Totale investeringskostnader må ikke overstige 32 millioner kroner (Bruk tabellen over)
 - Driftskostnadene må i gjennomsnitt være mindre enn 150 kr/MW (Bruk tabellen over)
- (b) Hvilken fordeling mellom de to energiformene (og under alle forutsetningene i (a)) gir størst inntekt, og hvor mye tjener vi dersom prisen på energi er 200 kr/MW?

Produksjonsgruppe, fase 5

Produksjonen på oljefeltet er slutt og selve plattformen er utrangert. Den kan ikke brukes til nye oppgaver. Deres oppgave er nå å hugge opp plattformen. Plattformen taues inn i en fjordarm og opphuggingen begynner.

Etter hvert omdannes den store betongkolossen til større eller mindre biter. De bitene som inneholder mye armeringsjern blir sendt til ett sted for gjenvinning av jernet, mens de som inneholder lite jern blir brukt til utfylling i et veiprojekt. Dere må finne ut hvilke klumper som skal sendes hvor. Grensen går ved 10% jern.

Metoden dere benytter er å senke delene ned i et vannkar for å finne volumet for deretter å veie dem for å finne massen. Dermed kan dere finne tettheten til klumpene. Siden tettheten for de to stoffene som inngår i klumpene er forskjellig kan vi regne ut jerninnholdet når vi kjenner tettheten. Listen under gir en oversikt over noen klumper, vekt og volum. Deres oppgave er å finne ut hvilke som skal sendes til veifylling og hvilke som skal sendes til gjenvinning når grensen går ved 10% jerninnhold.

For å få en litt bedre følelse av metoden kan dere teste den ut. Finn noen steiner av ulik størrelse og konsistens. Finn volumet ved å legge dem i et kar som er breddfullt med vann. Vannet vil renne over når steinene legges ned. Ta så ut steinene igjen og mål det volumet av vannet som rant ut. Dette volumet er det samme som volumet av den steinen som ble lagt ned i vannet.

Klump nr.	Vekt (tonn)	Volum (m ³)
1	8,1	2,21
2	3,2	1,05
3	14,2	4,42
4	26,8	9,93
5	12,9	4,44
6	4,1	1,36
7	5,5	1,56
8	19,9	5,92
9	2,1	0,68
10	6,8	2,09
11	7,4	2,20
12	10,1	3,48
13	1,5	0,45
14	17,3	5,66
15	3,8	1,11

Tabellen gir vekt og volum av skrotklumpene. Tettheten til jern er 7,8 og tettheten til betong er setter vi til 2,7.