



www.matematikk.org

Eksamensoppgavesettet er utarbeidet av Utdanningsdirektoratet. Avvik fra det originale eksamenssettet er eventuelle spesifiseringer og illustrasjoner. Løsningsforslagene i sin helhet er utarbeidet av matematikk.org.

Nettkoden som står til høyre for oppgavetittelen brukes i søkefeltet på www.matematikk.org for å åpne oppgaven og se utfyllende løsningsforslag.

Våre samarbeidspartnere:



MAT1015 2017 Vår



Eksamenstid

5 timer:

Del 1 skal leveres inn etter 2 timer.

Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.

Hjelpemidler på Del 1

Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.

Hjelpemidler på Del 2

Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Fremgangsmåte

Du skal svare på alle oppgavene i Del 1 og Del 2.

Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling.

Bruk av digitale verktøy som graftegner og regneark skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.

Veiledning om vurderingen

Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering.

Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du

- viser regneferdigheter og matematisk forståelse
- gjennomfører logiske resonnementer
- ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner
- kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler
- forklarer framgangsmåter og begrunner svar
- skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger
- vurderer om svar er rimelige



DEL 1 Uten hjelpemidler



Oppgave 1 (3 poeng) [Nettkode: E-4QS3](#)

I en klasse er det 16 elever. Tabellen nedenfor viser hvor mange søsken de 16 elevene har.

Antall søsken	Frekvens
0	5
1	6
2	2
3	2
4	1

Bestem gjennomsnittet, medianen, typetallet og variasjonsbredden .

Løsningsforslag

Frekvensen forteller hvor mange som har et gitt antall søsken. Det betyr at vi kan lese ut fra tabellen at det er 5 elever som har 0 søsken, 6 elever som har 1 søsken, 2 elever som har 2 søsken, 2 elever som har 3 søsken og en elev som har 4 søsken.

Vi kan begynne med å ordne dataverdiene i stigende rekkefølge:

0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4 .

Deretter bestemmer vi gjennomsnittet. Det finner vi ved å summere alle søsken og dividere på antall elever i klassen.

$$Gjennomsnitt = \frac{0 \cdot 5 + 1 \cdot 6 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1}{16} = \frac{6 + 4 + 6 + 4}{16} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4} = 1,25$$

Vi har satt opp dataverdiene våre i stigende rekkefølge ovenfor. Dersom det bare var én i midten, ville det vært medianen. Vi har derimot to verdier i midten, og vi finner medianen ved å ta *gjennomsnittet av de to midterste verdiene*. De to i midten av de 16 blir verdi nr. 8 og nr. 9, som vi ser er 1 og 1. Gjennomsnittet av dem er $\frac{1+1}{2} = 1$, som betyr at medianen er 1.

Typetallet er det tallet som opptrer flest ganger i dataene våre, og vi har flest elever som har ett søsken, så typetallet er 1.

Variasjonsbredden er forskjellen mellom den største og minste verdien, og vi har at antall søsken varierer fra 0 til 4, som betyr at variasjonsbredden er 4.

Svar: Gjennomsnittet er 1,25, medianen er 1, typetallet er 1 og variasjonsbredden er 4.



Oppgave 2 (1 poeng) [Nettkode: E-4QS5](#)

Ved en skole er det 125 elever. En dag tok 25 av elevene buss til skolen.

Hvor mange prosent av elevene tok buss til skolen denne dagen?

Løsningsforslag

Vi vil finne ut hvor stor prosentandel 25 elever er av 125.

Vi har at

$$\frac{25}{125} = \frac{1}{5}.$$

Prosent betyr del av hundre, og vi kan utvide brøken slik at vi får

$$\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{20}{100} = 20\%.$$

Svar: 20% av elevene tok buss.



Oppgave 3 (2 poeng) [Nettkode: E-4QS7](#)

Regn ut

$$5^0 \cdot 2^3 \cdot 8^{-2} \cdot (4^{-1})^{-3}$$

Løsningsforslag

Vi kan begynne med den første faktoren 5^0 . Fra potensreglene så har vi at $a^0 = 1$ når $a \neq 0$. Det betyr at $5^0 = 1$.

Vi har en annen potensregel som gir at $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$. Den siste faktoren kan vi da skrive som

$$(4^{-1})^{-3} = 4^{(-1) \cdot (-3)} = 4^3.$$

Vi kan også merke oss at $8 = 2^3$ og $4 = 2^2$. Da får vi at

$$8^{-2} = (2^3)^{-2} = 2^{3 \cdot (-2)} = 2^{-6}$$

og

$$4^3 = (2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6.$$

Skriver vi dette inn i det opprinnelige uttrykket får vi

$$5^0 \cdot 2^3 \cdot 8^{-2} \cdot (4^{-1})^{-3} = 1 \cdot 2^3 \cdot 2^{-6} \cdot 2^6$$

Nå har vi potenser med samme grunntall i uttrykket, og da gjelder potensregelen $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. Vi kan bruke denne, og får da at

$$1 \cdot 2^3 \cdot 2^{-6} \cdot 2^6 = 2^{3+(-6)+6} = 2^3 = 8$$

Svar: 8



Oppgave 4 (2 poeng) [Nettkode: E-4QS9](#)



I 10 L vann er det omtrent $3,0 \cdot 10^{25}$ vannmolekyler.

Hvor mange vannmolekyler er det i 1,5 dl vann?

Løsningsforslag

I oppgave får vi oppgitt at i 10 L vann vil det være omtrent $3,0 \cdot 10^{25}$ vannmolekyler. Vi vil finne hvor mange vannmolekyler det er i 1,5 dL. Antall vannmolekyler i 1 dL finner vi ved å dividere antall vannmolekyler i 10 L på antall dL i 10 L.

I én liter er det 10 dL, det betyr at i 10 L er det $10 \cdot 10 \text{ dL} = 10^2 \text{ dL}$ vann. Videre kan vi bestemme antall vannmolekyler i 1,5 dL ved å multiplisere med 1,5. Utregningen blir da

$$\frac{3,0 \cdot 10^{25}}{10^2} \cdot 1,5$$

Vi kan nå bruke potensreglene. For en brøk med potenser med samme grunntall i teller og nevner har vi at

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0.$$

Når vi bruker denne får vi at

$$\frac{3,0 \cdot 10^{25}}{10^2} \cdot 1,5 = 3,0 \cdot 1,5 \cdot 10^{25-2} = 4,5 \cdot 10^{23}.$$

Svar: I 1,5 dL er det $4,5 \cdot 10^{23}$ vannmolekyler.



Oppgave 5 (3 poeng) [Nettkode: E-4QSB](#)

I 2017 er verdien av en leilighet 1 200 000 kroner.

Per antar at verdien vil stige med 80 000 kroner hvert år.

a)

Sett opp en modell som viser verdien $f(x)$ av leiligheten x år etter 2017 dersom det går slik Per antar.

Løsningsforslag a)

Modellen som viser verdien $f(x)$ av leiligheten x år etter 2017, er en lineær modell. Det betyr at vi har en funksjon på formen $f(x) = ax + b$ der a er stigningstallet og b er konstantleddet. Konstantleddet b er verdien når $x = 0$, altså verdien til leiligheten i 2017. Den er oppgitt til å være 1 200 000 kr. Per antar at verdien vil stige med 80 000 kr hvert år, og dette vil være stigningstallet a .

En modell for verdien til leiligheten vil være

$$f(x) = 80\,000x + 1\,200\,000$$

dersom det går slik Per antar.

Svar: $f(x) = 80\,000x + 1\,200\,000$.

b)

Kari antar at verdien vil stige med 8 % hvert år.

Sett opp en modell som viser verdien $g(x)$ av leiligheten x år etter 2017 dersom det går slik Kari antar.

Løsningsforslag b)

Kari antar at leiligheten vil stige med 8% hvert år. Da kan vi sette opp en eksponentialfunksjon som modell for å vise verdien $g(x)$ av leiligheten x år etter 2017. En eksponentialfunksjon vil være på formen $g(x) = ab^x$, der a er funksjonsverdien når $x = 0$ og b er vekstfaktoren.

Funksjonsverdien a vil være verdien til leiligheten i 2017, som er 1 200 000. Når verdien øker med 8% blir vekstfaktoren

$$b = 1 + \frac{8}{100} = 1 + 0,08 = 1,08.$$

En modell for verdien til leiligheten vil da være

$$g(x) = 1\,200\,000 \cdot 1,08^x$$

dersom det går slik Kari antar.

Svar: $g(x) = 1\,200\,000 \cdot 1,08^x$.

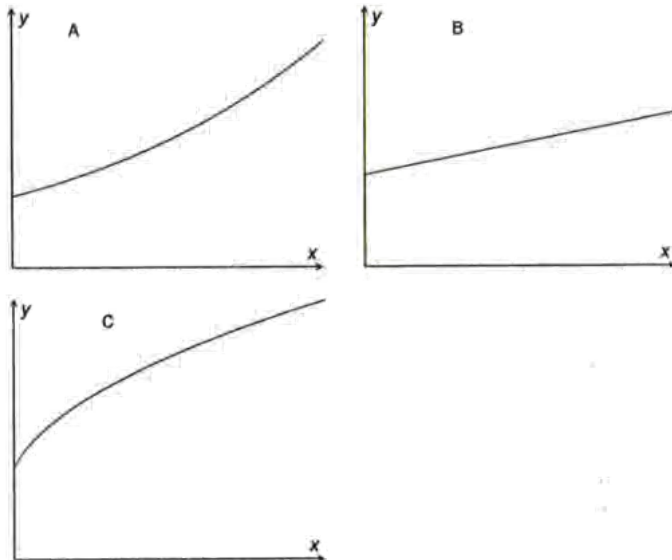


c)

Hvilken av grafene nedenfor kan være grafen til f ?

Hvilken av grafene nedenfor kan være grafen til g ?

Begrunn svarene dine.



Løsningsforslag c)

Funksjonen $f(x)$ er en lineær funksjon, som stiger med fast verdi hvert år. Grafen til denne likningen vil være en rett linje, altså må B være grafen til $f(x)$.

Funksjonen $g(x)$ er en eksponentiell funksjon, som stiger med 8% hvert år. Når verdien til leiligheten øker, vil også den årlige økningen i verdi øke. 8% av verdien i 2017 vil være mindre enn 8% av verdien i 2020. Det betyr at vi vil ha en graf som stiger brattere etterhvert, og da passer graf A .

Svar: B kan være grafen til $f(x)$ og A kan være grafen til $g(x)$.



Oppgave 6 (6 poeng) [Nettkode: E-4QSF](#)

Et år deltok 1000 elever i en konkurranse. Besvarelsene ble vurdert, og lærerne laget en tabell. Tabellen ser du nedenfor, men her mangler noen av tallene lærerne satte inn.

Poengsum	Frekvens	Relativ frekvens	Klassemidtpunkt
$[0, 30)$	100		
$[30, 50)$			
$[50, 70)$		0,6	
$[70, 100)$	200		

a)

Tegn av tabellen ovenfor, og fyll inn tallene som mangler.

Løsningsforslag a)

Frekvensen til et intervall er antall elever som fikk poengsummen i intervallet. Siden frekvensen til intervallet er 100 betyr det at det var 100 elever som fikk mellom 0 og 30 poeng.

Den relative frekvensen til et intervall er hvor stor andel av elevene som hadde poengsum i dette intervallet. Intervallet $[50, 70)$ har relativ frekvens 0,6, og det betyr at $0,6 = 60\%$ hadde mellom 50 og 70 poeng.

Midtpunktet x_m i et intervall er gjennomsnittet av verdiene i et intervall. Det kan vi finne ved formelen

$$x_m = \frac{a + b}{2}$$

der a er den minste og b er den største poengsummen i intervallet.

Vi kan begynne med å skrive inn tabellen som den er:

Poengsum	Frekvens	Relativ frekvens	Klassemidtpunkt
$[0, 30)$	100		
$[30, 50)$			
$[50, 70)$		0,6	
$[70, 100)$	200		

Vi kan begynne å fylle den første raden i tabellen. Vi vet at frekvensen for intervallet $[0, 30)$ er 100. For å bestemme den relative frekvensen må vi finne ut hvor stor andel dette er av det totale antallet elever, som vi får vite er 1000.

Den relative frekvensen for intervallet $[0, 30)$ er da

$$\frac{100}{1000} = 0,1.$$

Klassemidtpunktet for dette intervallet finner vi ved

$$\frac{0 + 30}{2} = 15.$$

Nå kan vi fylle inn den første raden i tabellen.



Poengsum	Frekvens	Relativ frekvens	Klassemidtpunkt
[0, 30)	100	0, 1	15
[30, 50)			
[50, 70)		0, 6	
[70, 100)	200		

I den andre raden har vi foreløpig ingen informasjon, vi venter derfor med denne og går videre til den tredje raden.

Intervall $[50, 70)$ har relativ frekvens 0, 6 som betyr at $0, 6 = \frac{60}{100} = \frac{600}{1000}$ av det totale antall elever har mellom 50 og 70 poeng. Dette er tilsvarende 600 elever, som er frekvensen til intervallet.

Klassemidtpunktet finner vi ved

$$\frac{50 + 70}{2} = \frac{120}{2} = 60.$$

Nå kan vi fylle inn den tredje raden i tabellen.

Poengsum	Frekvens	Relativ frekvens	Klassemidtpunkt
[0, 30)	100	0, 1	15
[30, 50)			
[50, 70)	600	0, 6	60
[70, 100)	200		

I den siste raden har vi intervallet $[70, 100)$ som har frekvens 200. Den relative frekvensen til dette intervallet er

$$\frac{200}{1000} = 0, 2$$

og klassemidtpunktet er

$$\frac{70 + 100}{2} = \frac{170}{2} = 85$$

Vi fyller inn denne informasjonen i den siste raden i tabellen.

Poengsum	Frekvens	Relativ frekvens	Klassemidtpunkt
[0, 30)	100	0, 1	15
[30, 50)			
[50, 70)	600	0, 6	60
[70, 100)	200	0, 2	85

Nå gjenstår bare den andre raden i tabellen. Summen av frekvensen for alle intervallene må være lik det totale antallet elever. Da kan vi finne frekvensen for intervallet $[30, 50)$ ved

$$1000 - 100 - 600 - 200 = 1000 - 900 = 100.$$

Den relative frekvensen vil være

$$\frac{100}{1000} = 0, 1$$

og klassemidtpunktet vil være $\frac{30+50}{2} = \frac{80}{2} = 40$. Nå kan vi fylle inn den siste informasjonen i tabellen. Den blir da seende slik ut:



Poengsum	Frekvens	Relativ frekvens	Klassemidtpunkt
$[0, 30)$	100	0,1	15
$[30, 50)$	100	0,1	40
$[50, 70)$	600	0,6	60
$[70, 100)$	200	0,2	85

b)

Bestem gjennomsnittlig poengsum for elevene som deltok i konkurransen.

Løsningsforslag b)

Vi antar at poengsummene er jevnt fordelt innenfor intervallene, og kan da bruke klassemidtpunktet for hver av intervallene til å bestemme gjennomsnittlig poengsum. Det betyr at vi kan anta at alle 100 elevene i intervallet $[0, 30)$ fikk 15 poeng. Tilsvarende antar vi at de 100 elevene i intervallet $[30, 50)$ fikk 40 poeng, de 600 elevene i intervallet $[50, 70)$ fikk 60 poeng, og de 200 elevene i intervallet $[70, 100)$ fikk 85 poeng. Vi har totalt 1000 elever, og den gjennomsnittlige poengsummen er da

$$\begin{aligned}
 & \frac{100 \cdot 15 + 100 \cdot 40 + 600 \cdot 60 + 200 \cdot 85}{1000} \\
 = & \frac{1500 + 4000 + 36000 + 17000}{1000} \\
 = & \frac{58500}{1000} \\
 = & 58,5
 \end{aligned}$$

c)

Et annet år deltok 3525 elever i konkurransen. Tabellen nedenfor viser poengfordelingen.

Poengsum	Frekvens
$[0, 30)$	563
$[30, 50)$	700
$[50, 70)$	2000
$[70, 100)$	262

Bestem medianen for poengsummene til elevene som deltok i konkurransen dette året.



Løsningsforslag c)

Vi finner medianen ved å plukke ut den midterste verdien når poengsummene er rangert etter størrelse. Medianen vil være poengsummen til den $\frac{3525}{2} = 1762,5 \approx 1763$ eleven. Ut fra dette kan vi begynne med å bestemme hvilken intervall medianen vil være i. I de to første intervallene er det totalt $563 + 700 = 1263$ elever. Det betyr at medianen må være i intervallet $[50, 70)$, og det vil være elev nummer $1763 - 1263 = 500$ i dette intervallet. Av de 2000 elevene i intervallet, vil 500 tilsvare $\frac{1}{4}$.

Vi antar at poengsummene er jevnt fordelt i intervallet, fra 50 til 70, som er en variasjonsbredde på 20 poeng. $\frac{1}{4}$ av variasjonsbredden er 5 poeng, så medianen vil ligge på omtrent $50 + 5 = 55$ poeng.

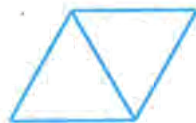
Svar: Medianen er på omtrent 55 poeng.



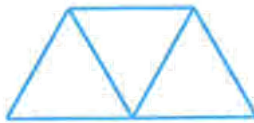
Oppgave 7 (7 poeng) [Nettkode: E-4QSJ](#)



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Ovenfor ser du tre figurer. Figurene er satt sammen av små, blå pinner. Hver pinne har lengden 2,5 cm. Tenk deg at du skal fortsette å lage figurer etter samme mønster.

a)

Hvor mange pinner trenger du for å lage figur 4?

Bestem omkretsen av figur 4.

Løsningsforslag a)

For hver figur legger vi til 2 pinner for å komme til neste figur. Figur 3 har 7 pinner. For å få figur 4 må vi legge til 2 nye pinner, og trenger da 9 pinner.

Omkretsen til figur 4 vil være lik lengden av 6 pinner, altså

$$2,5\text{cm} \cdot 6 = 15\text{cm}.$$

Svar: Vi trenger 9 pinner for å lage figur 4, og omkretsen til figuren er 15 cm.

b)

Bestem et uttrykk for antall pinner i figur n uttrykt ved n .

Løsningsforslag b)

Vi vil finne et uttrykk for antall pinner i figur n uttrykt ved n . Figur n består av n trekanter, der to trekanter deler én pinne. For å lage én trekant trenger vi $3 \cdot 1$ pinner. For å lage 2 trekanter trenger vi $3 \cdot 2 - 1$ pinner, og for å lage 3 trekanter trenger vi $3 \cdot 3 - 2$ pinner. For hver figur n multipliserer vi 3 pinner med n og subtraherer $(n - 1)$ pinner. En generell formel gir da

$$P_n = 3 \cdot n - (n - 1) = 3n - n + 1 = 2n + 1.$$

Svar: $2n + 1$.



c)

Bestem et uttrykk for omkretsen av figur n uttrykt ved n .

Løsningsforslag c)

Omkretsen til hver figur vil være lik antall pinner som utgjør omkretsen multiplisert med 2,5 cm. Hver figur vil ha $n + 2$ pinner som utgjør omkretsen, som betyr at

$$O_n = 2,5(n + 2) = 2,5n + 5.$$

Svar: $O_n = 2,5n + 5$

d)

En figur som følger samme mønster som ovenfor, har en omkrets på 105 cm.

Bestem antall pinner i denne figuren .

Løsningsforslag d)

I oppgave c) fant vi at omkretsen til figur n er gitt ved $O_n = 2,5n + 5$. Nå har vi en figur som har omkrets 105 cm, og kan bruke formelen fra oppgave c) til å bestemme n , og med det hvilken figur n vi har. Videre kan vi bruke formelen i b) til å finne hvor mange pinner denne figuren består av. Siden omkretsen er 105 cm begynner vi med likningen

$$2,5n + 5 = 105$$

og løser denne med hensyn på n . Da får vi

$$2,5n + 5 = 105$$

$$2,5n = 100$$

$$n = \frac{100}{2,5}$$

$$n = 40$$

Vi har altså figur 40. Fra oppgave b) kan vi finne antall pinner ved

$$P_{40} = 2 \cdot 40 + 1 = 81.$$

Svar: Antall pinner til denne figuren er 81.



DEL 2 Med hjelpemidler



Oppgave 1 (8 poeng) Nettkode: E-4QT2



Funksjonen V gitt ved

$$V(x) = 0,064x^4 - 2,41x^3 + 28,4x^2 - 105x + 39, \quad 0 \leq x \leq 18$$

viser vannstanden $V(x)$ centimeter over eller under middelvann x timer etter midnatt i Tromsø en dag.

a)

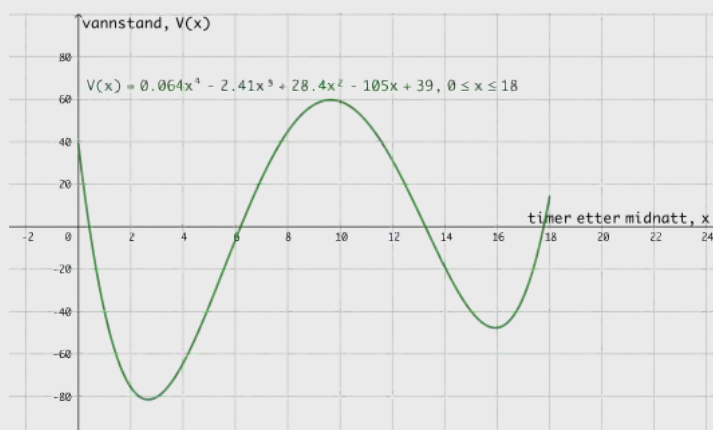
Bruk graftegner til å tegne grafen til V .

Løsningsforslag a)

Vi kan bruke GeoGebra til å tegne grafen til $V(x)$. Da skriver vi inn i GeoGebra:

$$V(x) = 0.064x^4 - 2.41x^3 + 28.4x^2 - 105x + 39, 0 \leq x \leq 18$$

Vi justerer og setter navn på aksene. Da får vi grafen



b)

Vis at vannstanden er ca. 40 cm under middelvann én time etter midnatt og ca. 31 cm over middelvann 12 timer etter midnatt.

Løsningsforslag b)

Vi har at x er antall timer etter midnatt. For å finne vannstanden én time etter midnatt kan vi regne ut $V(x)$ for $x = 1$. Da kan vi bruke GeoGebra og skrive inn $V(1)$. Da får vi opp tallet $a = -39,946 \approx -40$, som vil si at vannstanden er omtrent 40 cm under middelvann.

For å finne vannstanden 12 timer etter midnatt kan vi regne $V(12)$. Skriver vi dette inn i GeoGebra får vi tallet $b = 31,224 \approx 31$, som tilsvarer at vannstanden er omtrent 31 cm over middelvann.

Tall

☐ a = -39.946

☐ b = 31.224

Svar: Vi får at $V(1) = -39,946$ og $V(12) = 31,224$, som gir det vi vil vise.

c)

Bestem forskjellen mellom høyeste og laveste vannstand i perioden fra midnatt og fram til klokka 18.00.

Løsningsforslag c)

Vi vil finne forskjellen i høyeste og laveste vannstand fra midnatt til klokka 18.00. Det vil si for $0 \leq x \leq 18$. Da kan vi bruke kommandoen "maks" til å finne høyeste vannstand og "min" for å finne laveste vannstand. Deretter kan vi finne forskjellen ved å subtrahere laveste vannstand fra den høyeste.

Vi begynner med å finne den høyeste vannstanden i perioden. Da bruker vi kommandoen

Maks(<Funksjon>, <Start x-verdi>, <Slutt x-verdi>).

Vi vil finne maks-verdien til V for $0 \leq x \leq 18$ og skriver da inn

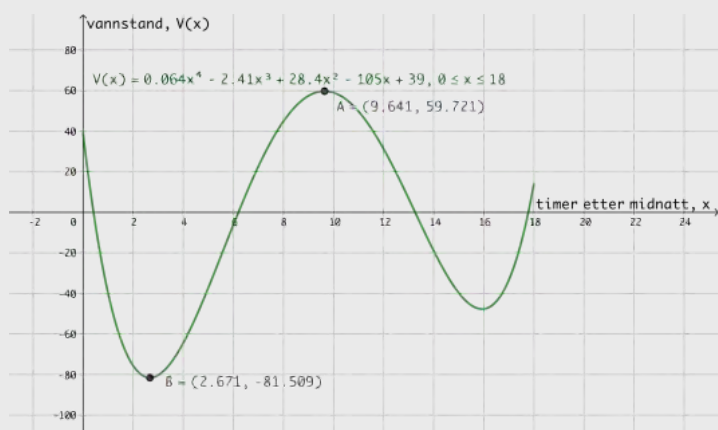
Maks(V, 0, 18)

og får opp punktet $A = (9.641, 59.721)$. Det betyr at den høyeste vannstanden er omtrent 59,7 cm over middelvann. Vi finner den laveste vannstanden ved kommandoen "min" og skriver

Min(V,0,18)

og får punktet $B = (2.671, -81.509)$ som betyr at laveste vannstand var omtrent $-81,5$ altså 81,5 cm under middelvann.





Forskjellen mellom høyeste og laveste vannstand er da $59,7 - (-81,5) = 141,2$

Svar: Forskjellen mellom høyeste og laveste vannstand er 141,2 cm.

d)

Bestem den momentane vekstfarten til funksjonen V klokken 07.00.

Gi en praktisk tolkning av dette svaret.

Løsningsforslag d)

Vi kan finne den momentane vekstfarten til funksjonen V når klokken er 07 : 00 ved å se på stigningstallet til tangenten i punktet. Tangenten kan vi finne ved å bruke kommandoen

Tangent(<x-verdi>, <Funksjon>).

Vi vil finne tangenten i det punktet på grafen som tilsvarer klokken 07 : 00, det vil si når $x = 7$. Da skriver vi inn

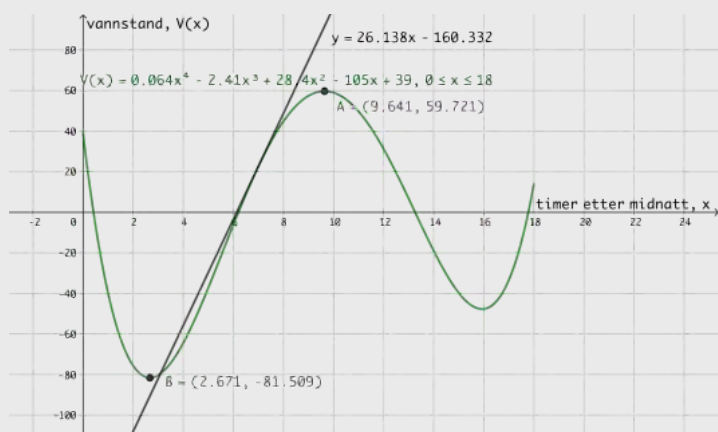
Tangent (7, V).

Da får vi linja

$$y = 26,138x - 160,332$$

som har stigningstall 26,138.





Den momentane vekstfarten forteller hvor mye vannet stiger akkurat klokka 07.00, og da stiger det med omtrent 26,1 cm per time.

Svar: Den momentane vekstfarten er omtrent 26,1 som forteller hvor fort vannet stiger klokka 07 : 00.



Oppgave 2 (2 poeng) [Nettkode: E-4QTB](#)

Emil betalte 3 703 000 kroner for en leilighet. Han betalte 15 % mer enn prisantydningen.

Hva var prisantydningen for denne leiligheten?

Løsningsforslag

Vi lar x betegne prisantydningen for leiligheten. Emil betalte 15% mer enn prisantydning, det betyr en vekstfaktor på $1 + \frac{15}{100} = 1,15$.

Prisen Emil betalte vil være gitt ved prisantydningen multiplisert med vekstfaktoren, altså

$$\text{hva Emil betalte} = \text{prisantydning} \cdot \text{vekstfaktor}.$$

Vi kan sette inn i likningen over og løse for x

$$\begin{aligned} 3\,703\,000 &= x \cdot 1,15 \\ x &= \frac{3\,703\,000}{1,15} \\ x &= 3\,220\,000 \end{aligned}$$

Svar: Prisantydningen var 3 220 000 kroner.



Oppgave 3 (2 poeng) [Nettkode: E-4QTD](#)

For 20 år siden arvet Ida penger. Hun satte alle pengene inn på en ny bankkonto.

Hun har fått en fast rente på 4,25 % per år. I dag har hun 1 724 180 kroner på kontoen.

Hvor mye penger arvet Ida?

Løsningsforslag

La x være hvor mye penger Ida arvet. Hun har fast rente på 4,25%, som tilsvarer en vekstfaktor på $1 + \frac{4,25}{100} = 1,0425$. Etter ett år vil Ida ha

$$x \cdot 1,0425$$

kroner på kontoen. Etter to år vil det vokse med samme faste prosentdel, så da vil hun ha

$$(x \cdot 1,0425) \cdot 1,0425 = x \cdot 1,0425^2$$

kroner på kontoen. Fortsetter vi sånn vil hun, etter 20 år, ha

$$x \cdot 1,0425^{20}$$

kroner på kontoen, som skal være lik 1 724 180 kroner.

Da får vi likningen

$$x \cdot 1,0425^{20} = 1\,724\,180$$

som vi vil løse med hensyn på x .

$$x \cdot 1,0425^{20} = 1\,724\,180$$

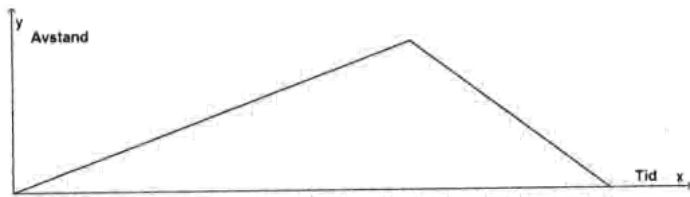
$$x = \frac{1\,724\,180}{1,0425^{20}}$$

$$x \approx 750\,000$$

Svar: Ida arvet 750 000 kroner.



Oppgave 4 (2 poeng) [Nettkode: E-4QTJ](#)



Beskriv en praktisk situasjon som passer med grafen ovenfor.

Løsningsforslag

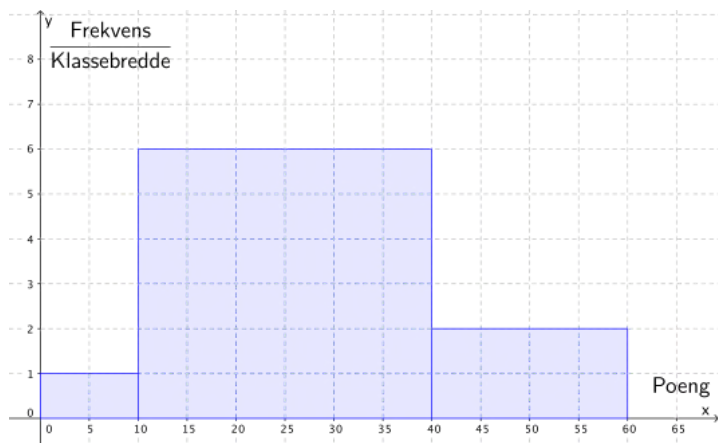
Aksene viser tid og avstand, det betyr at grafen viser sammenhengen mellom disse størrelsene. Vi kan anta at vi måler avstand fra et bestemt sted. La oss si at dette er hjemme hos Sara. Fra grafen ser vi at først beveger Sara seg vekk fra hjemmet med en konstant hastighet. Etter en stund snur hun, og beveger seg mot hjemmet igjen, nå med en høyere hastighet enn i sted.

En praktisk situasjon som forklarer dette kan være at Sara skal padle seg en tur. Hun begynner hjemme og når hun legger ut har hun motvind. Da går det i et jevnt, rolig tempo. Etterhvert bestemmer hun seg for å snu og padle tilbake hjem. Da får hun medvind og tempoet øker. Hun padler i en jevn, men høyere, fart på hjemveien enn hun gjorde på vei ut.



Oppgave 5 (4 poeng) [Nettkode: E-4QTO](#)

Ved en skole kom alle elevene som hadde valgt $2P$, opp til skriftlig eksamen. Histogrammet nedenfor viser poengfordelingen.



a)

Vis at det til sammen var 230 elever i $2P$ -gruppene.

Løsningsforslag a)

Dersom det er 230 elever i $2P$ -gruppene, vil frekvensen, som tilsvarer antall elever, til hvert poengintervall summere opp til 230.

På y -aksen har vi

$$y = \frac{\text{frekvens}}{\text{klassebredde}}.$$

Klassebredden er det samme som bredden til intervallet som utgjør søylene. Den kan vi finne ved å se på histogrammet. Når vi kjenner klassebredden til en søyle kan vi bestemme frekvensen til intervallet ved

$$\text{frekvens} = y \cdot \text{klassebredde}.$$

Den første søylen dekker intervallet fra 0 til 10 poeng, så her er klassebredden 10.

Neste søyle dekker intervallet fra 10 til 40 poeng, som gir klassebredde $40 - 10 = 30$.

Den siste søylen dekker intervallet fra 40 til 60 poeng, som gir klassebredde $60 - 40 = 20$. Den første søylen har y -verdi lik 1 og klassebredde = 10. Det betyr at

$$\text{frekvens} = 1 \cdot 10 = 10.$$

For den andre søylen har vi $y = 6$ og klassebredde = 30 som gir

$$\text{frekvens} = 6 \cdot 30 = 180.$$

Den siste søylen har $y = 2$ og klassebredde = 20 som gir

$$\text{frekvens} = 2 \cdot 20 = 40.$$

Nå vet vi frekvensen for alle poengintervallene. Summen av disse utgjør alle $2P$ -gruppene. Vi får

$$10 + 180 + 40 = 230$$



som var det vi ville vise.

Svar: Det er 230 elever i 2P-gruppene.

b)

Bestem gjennomsnittlig poengsum for elevene.

Løsningsforslag b)

Vi antar at gjennomsnittet for hvert poengintervall ligger midt i intervallet. Det betyr at i det første intervallet, fra 0 til 10 poeng, antar vi at elevene i gjennomsnitt fikk 5 poeng hver. I intervallet fra 10 til 40 poeng, antar vi at gjennomsnittlig poengsum var 25 poeng, og for intervallet fra 40 til 60 poeng antar vi at 50 poeng var gjennomsnittlig poengsum. Fra oppgave a) vet vi at frekvensen til intervallene, altså antall elever som fikk poengsum innenfor intervallene, er henholdsvis 10, 180 og 40. Gjennomsnittlig poengsum for elevene i 2P-gruppene er forholdet mellom det totale antall poeng og antall elever, så nå kan vi legge sammen alle poengsummene og dividere på antall elever:

$$\begin{aligned}\text{Gjennomsnitt} &= \frac{5 \cdot 10 + 25 \cdot 180 + 50 \cdot 40}{230} \\ &= \frac{6550}{230} \\ &\approx 28,5\end{aligned}$$

Svar: Gjennomsnittlig poengsum for elevene var 28,5 poeng.



Oppgave 6 (4 poeng) [Nettkode: E-4QTR](#)



Temperaturen blir lavere jo høyere over havet vi kommer. Spiterstulen ligger 1106 m over havet. Toppen av Galdhøpiggen ligger 2469 m over havet. En dag er temperaturen på Spiterstulen $12,0^{\circ}\text{C}$.

Vi antar at temperaturen $T(x)^{\circ}\text{C}$, x meter over Spiterstulen denne dagen er gitt ved

$$T(x) = -0,0065x + 12, \quad 0 \leq x \leq 1400$$

a)

Hvor høyt over Spiterstulen vil du være når temperaturen er 5°C denne dagen?

Løsningsforslag a)

Vi skal finne ut hvor høyt over Spiterstulen vi må være for at temperaturen er 5°C denne dagen. Det betyr at $T(x) = 5$, der $T(x) = -0,0065x + 12$, og vi kan løse likningen

$$\begin{aligned} -0,0065x + 12 &= 5 \\ x &= \frac{5-12}{-0,0065} \\ x &\approx 1076,9 \end{aligned}$$

Svar: Vi må være 1076,9 meter over Spiterstulen.

b)

Bestem temperaturen på toppen av Galdhøpiggen denne dagen.

Løsningsforslag b)

Galdhøpiggen ligger på 2469 meter over havet og Spiterstulen ligger 1106 meter over havet. Det betyr at Galdhøpiggen ligger $2469 - 1106 = 1363$ meter over Spiterstulen. Vi skal bestemme temperaturen på toppen av Galdhøpiggen, det betyr at vi skal bestemme $T(x)$ for $x = 1363$. Da kan vi sette inn i funksjonen for T

$$T(1363) = -0,0065 \cdot 1363 + 12 \approx 3,1$$

Svar: Temperaturen på toppen av Galdhøpiggen vil være $3,1^{\circ}\text{C}$.



c)

Hvor mange grader synker temperaturen med per 100 m stigning denne dagen?

Løsningsforslag c)

Funksjonen $T(x)$ er en lineær funksjon på formen $ax + b$, med stigningstall $a = -0,0065$. Stigningstallet forteller hvor mye grafen stiger eller synker når vi øker med en x -enhet. I vårt tilfelle betyr det at for hver meter med stigning over Spiterstulen synker temperaturen med $0,0065^{\circ}C$. For hver 100 meter med stigning har vi at temperaturen synker med

$$(0,0065 \cdot 100)^{\circ}C = 0,65^{\circ}C$$

Svar: Temperaturen synker med $0,65^{\circ}C$ per 100 meter.



Oppgave 7 (5 poeng) [Nettkode: E-4QU6](#)

Tabellen nedenfor viser hvor høy Per var 0, 1, 3, 6 og 12 år etter fødselen.

Alder (år)	0	1	3	6	12
Høyde (cm)	52	76	97	118	148

a)

Bruk opplysningene i tabellen til å bestemme en tredjegradsfunksjon f som tilnærmet viser høyden til Per de første 12 leveårene.

Løsningsforslag a)

Først lager vi et regneark der vi fyller inn den informasjonen vi får oppgitt i tabellen. Da velger vi "Regneark" i "Vis"-menyen. I den første kolonnene skriver vi inn x -verdien, som tilsvarer alder i tabellen, og i den andre kolonnen skriver vi inne høyden til Per. Vi markerer tallene vi har skrevet, høyreklikker og velger "Liste med punkt" i "Lag"-menyen. Listen blir hetende " L_1 ". Nå skal vi finne en tredjegradsfunksjon som passer til punktene. Da kan vi bruke kommandoen

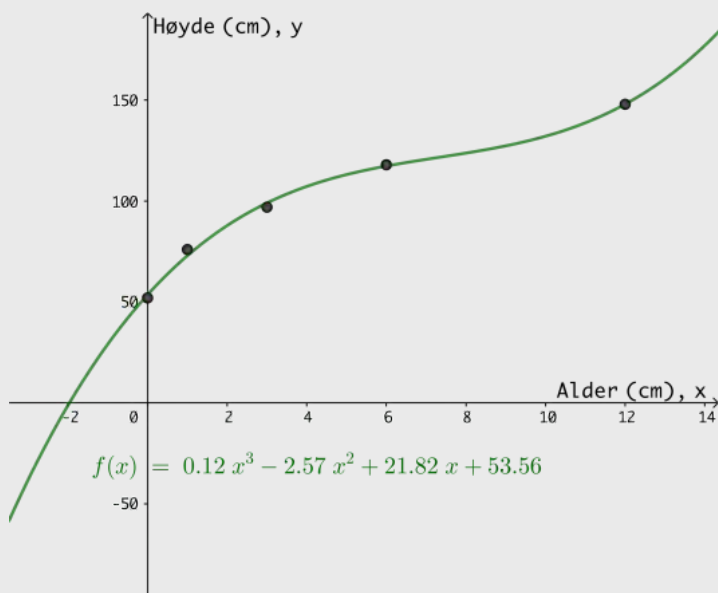
`RegPoly(<Liste med punkt>, <Polynomgrad>)`

Vi vil ha en tredjegradsfunksjon, så vi vil ha polynomgrad 3. For å skrive inn L_1 kan vi skrive L_1 , så da får vi

`RegPoly(L_1, 3)`

Vi får opp funksjonen

$$f(x) = 0,12x^3 - 2,57x^2 + 21,82x + 53,56.$$



Svar: Tredjegradsfunksjonen $f(x) = 0,12x^3 - 2,57x^2 + 21,82x + 53,56$ viser tilnærmet høyden til Per.



b)

Espen er 12 år. Funksjonen g gitt ved

$$g(x) = 0,13x^3 - 2,8x^2 + 23x + 52$$

viser høyden hans $g(x)$ cm, x år etter fødselen.

Bestem Espens gjennomsnittlige vekstfart fra han var 7 år, til han ble 12 år.

Løsningsforslag b)

Vi bruker funksjonen $g(x) = 0,13x^3 - 2,8x^2 + 23x + 52$ til å bestemme høyden, i cm, til Espen når han var 7 år. Den finner vi ved å se på $g(x)$ for $x = 7$.

$$g(7) = 0,13 \cdot 7^3 - 2,8 \cdot 7^2 + 23 \cdot 7 + 52 \approx 120,39$$

I følge funksjonen g var høyden til Espen, i cm, når han ble tolv

$$g(12) = 0,13 \cdot 12^3 - 2,8 \cdot 12^2 + 23 \cdot 12 + 52 \approx 149,44$$

Det betyr at han, i cm, vokste

$$149,44 - 120,39 = 29,05$$

fra han var 7 til han var 12 år, altså på $12 - 7 = 5$ år. Gjennomsnittlig vekstfart er forholdet mellom forskjell i høyde og alder, og vi får

$$\frac{29,05\text{cm}}{5\text{år}} = 5,81\text{cm/år}.$$

Svar: Gjennomsnittlig vekstfart var 5,81 cm per år

c)

Sitatet nedenfor er hentet fra nettsidene til Norsk Helseinformatikk AS.

"Gutter har en maksimal høydevekst på ca. 10 cm per år midt i puberteten. Etter vekstspurten i puberteten avtar veksthastigheten ned mot null."

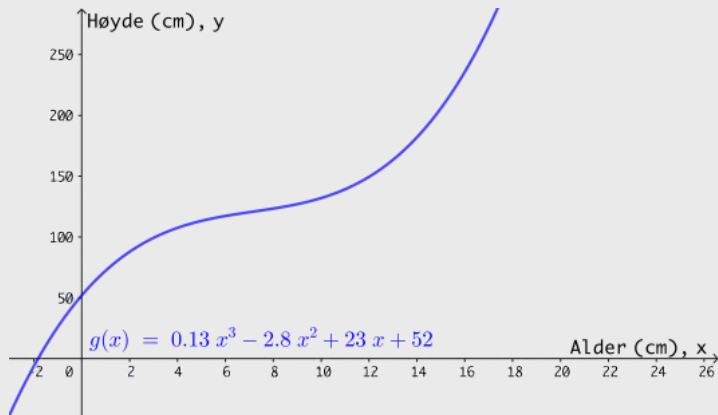
Anta at Espen kommer i puberteten når han er 12 år. Puberteten varer vanligvis i to-tre år.



Ta utgangspunkt i sitatet ovenfor, og vurder om funksjonen g kan brukes til å bestemme høyden til Espen etter at han har fylt 12 år.

Løsningsforslag c)

Tegner vi inn grafen til $g(x)$ i GeoGebra vil den se slik ut:



Her kan vi se at grafen etterhvert vil stige veldig bratt, og ikke stagnere, slik den ville gjort i følge sitatet. Vi kan også se at for $x = 16$, altså når Per er 16 år vil grafen ha y -verdi på over 200, som betyr at Per ville være over 2 meter, noe som er svært lite sannsynlig.

Svar: Funksjonen g kan ikke brukes etter 12 år.



Oppgave 8 (4 poeng) Nettkode: E-4QUA

Liverpool FC		Newcastle United FC	
Antall mål per kamp	Frekvens	Antall mål per kamp	Frekvens
0	8	0	14
1	14	1	13
2	7	2	7
3	4	3	2
4	3	4	0
5	1	5	1
6	1	6	1

Tabellene ovenfor viser hvor mange mål Liverpool FC og Newcastle United FC skåret per kamp i sesongen 2015 – 2016.

a)

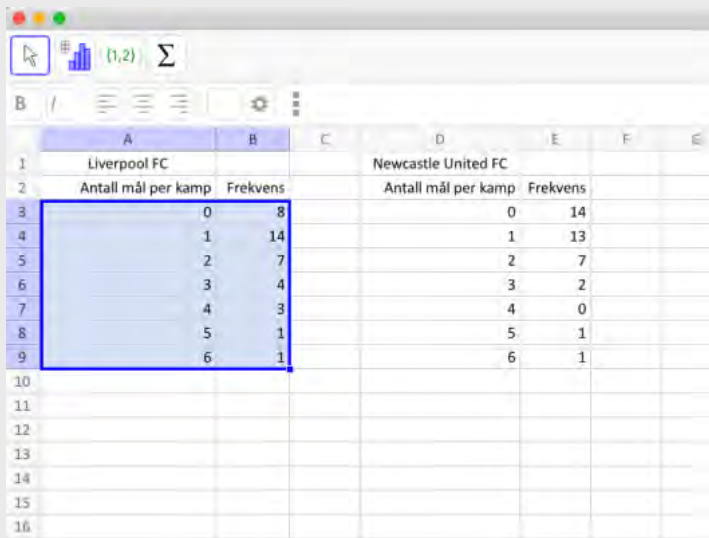
Bestem gjennomsnittet og medianen for antall skårede mål per kamp for begge klubbene.

Løsningsforslag a)

Vi åpner regneark i Geogebra. Vi har her brukt versjon 6 av Geogebra.

Først lager vi de to tabellene vi trenger, en for hvert av fotballlagene.

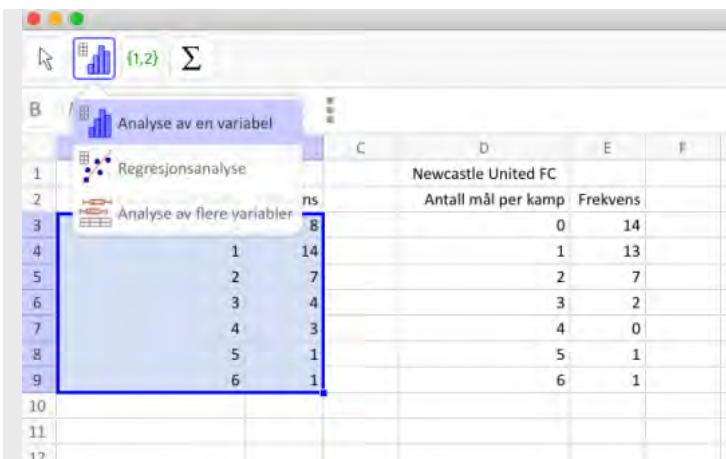
Vi markerer tallene i tabellen for Liverpool ved hjelp av shift og pil-tastene.



Liverpool FC		Newcastle United FC	
Antall mål per kamp	Frekvens	Antall mål per kamp	Frekvens
0	8	0	14
1	14	1	13
2	7	2	7
3	4	3	2
4	3	4	0
5	1	5	1
6	1	6	1

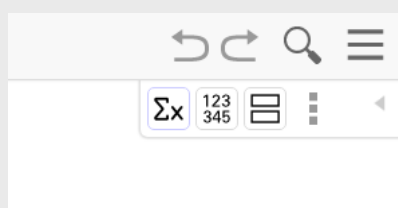
Deretter klikker vi på knappen med søylene øverst i venste hjørne og velger "Analyse av en variabel".





Newcastle United FC		
	Antall mål per kamp	Frekvens
	0	14
	1	13
	2	7
	3	2
	4	0
	5	1
	6	1

Øverst til høyre klikker man deretter på " Σx " for å få opp statistikk.



Statistikk	
n	38
Gjennomsnitt	1.6579
σ	1.4739
s	1.4937
Σx	63
Σx^2	187
Min	0
Q1	1
Median	1
Q3	2
Maks	6

Les av "Gjennomsnitt" og "Median".

Les også av standardavviket σ for å svare på oppgave b. σ står for standardavviket.

Gjennomsnitt = 1,66

Median = 1

σ = 1,47

Marker tallene i tabellen for Newcastle United FC. Velg "Analyse av en variabel" og " Σx " knappen igjen. Les av statistikken.

Gjennomsnitt = 1,16

Median = 1

σ = 1,35



Svar: Liverpool FC skåret i gjennomsnitt 1,66 mål per kamp. Medianen deres er 1 mål per kamp.
Newcastle United FC skåret i gjennomsnitt 1,16 mål per kamp. Medianen deres er 1 mål per kamp.

b)

Bestem standardavviket for antall skårede mål per kamp for begge klubbene.

Hva forteller dette oss?

Løsningsforslag b)

Se i oppgave a) hvordan man henter ut standardavviket.

Svar: Standardavviket for Liverpool er omtrent 1,47 og for Newcastle 1,35. Dette betyr at Liverpool har større spredning i antall mål per kamp i forhold til Newcastle. Newcastle skårer likere antall mål per kamp.



Oppgave 9 (5 poeng) [Nettkode: E-4QUD](#)

Elise og Ådne opprettet hver sin bankkonto 1. januar 2017. Elise satte inn 20 000 kroner. Ådne satte inn 25 000 kroner. Begge får en rente på 2,75 % per år, og begge lar pengene stå urørt.

a)

Lag et regneark som gir en oversikt over hvor mye Elise og Ådne vil ha i banken hvert år fram til og med 31. desember 2036.

Løsningsforslag a)

Vi vil ha et regneark som gir oversikt over både hva Elise har og hva Ådne har i banken. Øverst i regnearket kan vi skrive inn informasjon om innskudd og renteprocent for hver av dem, som vi får oppgitt i oppgaven. For hvert år vil vi finne hvor mye penger som er på konto. Da må vi bestemme hvor mye Elise og Ådne får i renter i slutten av året, og addere det til kapitalen i starten samme år. Vi kan sette opp et regneark som ser slik ut:

	A	B	C	D	E	F	G
1		Elise				Ådne	
2		Innskudd	kr 20 000,00			Innskudd	kr 25 000,00
3		Renteprocent	2,75 %			Renteprocent	2,75 %
4							
5							
6	År	Kapital i starten av året	Renter fra året			Kapital i starten av året	Renter fra året

Vi starter i 2017. Elise setter inn 20 000 kr og Ådne 25 000 kroner. Kapital i starten av året 2017 kan vi da skrive henholdsvis

=C2 og =G2

for Elise og Ådne. Rentene for året finner vi ved å multiplisere kapitalen i starten av året med renteprocenten. I 2017 finner vi renten til Elise ved

=B7 * C3

og til Ådne ved

=F7 * G3.

Renteprocenten er den samme hvert år, så for å kopiere formelen til cellene under skriver vi

=B7*\$C\$3 og =F7*\$G\$3

for å låse cellene med renteprocenten.

Kapitalen i starten av 2018 finner vi ved å summere kapitalen i starten av 2017 og renten fra 2017. Da kan vi skrive

=B7+C7 for Elise og

=F7+G7 for Ådne.

Nå kan vi kopiere formlene til cellene under ved å dra i ruten nede i høyre hjørnet for både kapital og rente.

Regnearket vil da se seende slik ut:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Elise				Ådne	
2		Innskudd	kr 20 000,00			Innskudd	kr 25 000,00
3		Rente prosent	2,75 %			Rente prosent	2,75 %
4							
5							
6	År	Kapital i starten av året	Renter fra året			Kapital i starten av året	Renter fra året
7	2017	kr 20 000,00	kr 550,00			kr 25 000,00	kr 687,50
8	2018	kr 20 550,00	kr 565,13			kr 25 687,50	kr 706,41
9	2019	kr 21 115,13	kr 580,67			kr 26 393,91	kr 725,83
10	2020	kr 21 695,79	kr 596,63			kr 27 119,74	kr 745,79
11	2021	kr 22 292,43	kr 613,04			kr 27 865,53	kr 766,30
12	2022	kr 22 905,47	kr 629,90			kr 28 631,83	kr 787,38
13	2023	kr 23 535,37	kr 647,22			kr 29 419,21	kr 809,03
14	2024	kr 24 182,59	kr 665,02			kr 30 228,24	kr 831,28
15	2025	kr 24 847,61	kr 683,31			kr 31 059,51	kr 854,14
16	2026	kr 25 530,92	kr 702,10			kr 31 913,65	kr 877,63
17	2027	kr 26 233,02	kr 721,41			kr 32 791,28	kr 901,76
18	2028	kr 26 954,43	kr 741,25			kr 33 693,04	kr 926,56
19	2029	kr 27 695,68	kr 761,63			kr 34 619,59	kr 952,04
20	2030	kr 28 457,31	kr 782,58			kr 35 571,63	kr 978,22
21	2031	kr 29 239,88	kr 804,10			kr 36 549,85	kr 1 005,12
22	2032	kr 30 043,98	kr 826,21			kr 37 554,97	kr 1 032,76
23	2033	kr 30 870,19	kr 848,93			kr 38 587,74	kr 1 061,16
24	2034	kr 31 719,12	kr 872,28			kr 39 648,90	kr 1 090,34
25	2035	kr 32 591,39	kr 896,26			kr 40 739,24	kr 1 120,33
26	2036	kr 33 487,66	kr 920,91			kr 41 859,57	kr 1 151,14
27	2037	kr 34 408,57	kr -			kr 43 010,71	kr -

Vi har tatt med starten av år 2037 for vi antar at Elise og Ådne får med rentene fra 2036: Da vil Elise ha 34 408,57 kroner i banken og Ådne ha 43 010,71 kroner i banken 31. desember 2036. Med formler vil regnearket se slik ut:

	A	B	C	D	E	F	G
1		Elise				Ådne	
2		Innskudd	20000			Innskudd	25000
3		Rente prosent	0,0275			Rente prosent	0,0275
4							
5							
6	År	Kapital i starten av året	Renter fra året			Kapital i starten av året	Renter fra året
7	2017	=C2	=B7*SC\$3			=G2	=F7*SG\$3
8	2018	=B7+C7	=B8*SC\$3			=F7+G7	=F8*SG\$3
9	2019	=B8+C8	=B9*SC\$3			=F8+G8	=F9*SG\$3
10	2020	=B9+C9	=B10*SC\$3			=F9+G9	=F10*SG\$3
11	2021	=B10+C10	=B11*SC\$3			=F10+G10	=F11*SG\$3
12	2022	=B11+C11	=B12*SC\$3			=F11+G11	=F12*SG\$3
13	2023	=B12+C12	=B13*SC\$3			=F12+G12	=F13*SG\$3
14	2024	=B13+C13	=B14*SC\$3			=F13+G13	=F14*SG\$3
15	2025	=B14+C14	=B15*SC\$3			=F14+G14	=F15*SG\$3
16	2026	=B15+C15	=B16*SC\$3			=F15+G15	=F16*SG\$3
17	2027	=B16+C16	=B17*SC\$3			=F16+G16	=F17*SG\$3
18	2028	=B17+C17	=B18*SC\$3			=F17+G17	=F18*SG\$3
19	2029	=B18+C18	=B19*SC\$3			=F18+G18	=F19*SG\$3
20	2030	=B19+C19	=B20*SC\$3			=F19+G19	=F20*SG\$3
21	2031	=B20+C20	=B21*SC\$3			=F20+G20	=F21*SG\$3
22	2032	=B21+C21	=B22*SC\$3			=F21+G21	=F22*SG\$3
23	2033	=B22+C22	=B23*SC\$3			=F22+G22	=F23*SG\$3
24	2034	=B23+C23	=B24*SC\$3			=F23+G23	=F24*SG\$3
25	2035	=B24+C24	=B25*SC\$3			=F24+G24	=F25*SG\$3
26	2036	=B25+C25	=B26*SC\$3			=F25+G25	=F26*SG\$3
27	2037	=B26+C26				=F26+G26	

Svar: Elise har 34 408,57 kroner og Ådne har 43 010,71 kroner i banken 31. desember 2036.

b)

Hvor mange år går det før de har mer enn 70 000 kroner i banken tilsammen?

Løsningsforslag b)

Vi kan bruke samme regneark som i oppgave a) og lage en kolonne der vi regner samlet kapital for Elise og Ådne. For å finne hvor mye de hadde til sammen i banken i 2017 kan vi summere B7+F7, og så kan vi kopiere denne formelen til cellene under. Da vil regnearket se slik ut:



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Elise				Ådne			
2		Innskudd	kr 20 000,00			Innskudd	kr 25 000,00		
3		Rente prosent	2,75 %			Rente prosent	2,75 %		
4									
5									
6	År	Kapital i starten av år			Renter fra året	Kapital i starten av år			Renter fra året
7	2017	kr	20 000,00	kr	550,00	kr	25 000,00	kr	687,50
8	2018	kr	20 550,00	kr	565,13	kr	25 687,50	kr	706,41
9	2019	kr	21 115,13	kr	580,67	kr	26 393,91	kr	725,83
10	2020	kr	21 695,79	kr	596,63	kr	27 119,74	kr	745,79
11	2021	kr	22 292,43	kr	613,04	kr	27 865,53	kr	766,30
12	2022	kr	22 905,47	kr	629,90	kr	28 631,83	kr	787,38
13	2023	kr	23 535,37	kr	647,22	kr	29 419,21	kr	809,03
14	2024	kr	24 182,59	kr	665,02	kr	30 228,24	kr	831,28
15	2025	kr	24 847,61	kr	683,31	kr	31 059,51	kr	854,14
16	2026	kr	25 530,92	kr	702,10	kr	31 913,65	kr	877,63
17	2027	kr	26 233,02	kr	721,41	kr	32 791,28	kr	901,76
18	2028	kr	26 954,43	kr	741,25	kr	33 693,04	kr	926,56
19	2029	kr	27 695,68	kr	761,63	kr	34 619,59	kr	952,04
20	2030	kr	28 457,31	kr	782,58	kr	35 571,63	kr	978,22
21	2031	kr	29 239,88	kr	804,10	kr	36 549,85	kr	1 005,12
22	2032	kr	30 043,98	kr	826,21	kr	37 554,97	kr	1 032,76
23	2033	kr	30 870,19	kr	848,93	kr	38 587,74	kr	1 061,16
24	2034	kr	31 719,12	kr	872,28	kr	39 648,90	kr	1 090,34
25	2035	kr	32 591,39	kr	896,26	kr	40 739,24	kr	1 120,33
26	2036	kr	33 487,66	kr	920,91	kr	41 859,57	kr	1 151,14
27	2037	kr	34 408,57			kr	43 010,71		

Her kan vi se at Elise og Ådne vil ha mer en 70 000 kroner tilsammen i 2034. Da har det gått 17 år.

Svar: Etter 17 år vil de ha mer enn 70 000 kroner til sammen i banken.

c)

Hvor mye vil Elise og Ådne til sammen få i renter disse 20 årene?

Løsningsforslag c)

På tilsvarende måte som i oppgave b) kan vi lage en kolonne der vi summerer renten til Elise og Ådne for hvert år. Da kan vi til slutt summere sammen all renten for alle årene.

Samlet rente for 2017 finner vi ved å summere renten til Elise og renten til Ådne for 2017, det gjør vi ved å skrive =C7+G7 i celle J7. Vi kopierer denne formelen til radene under, slik at i summerer rentene for til og med 2036.

Nå kan vi summere den samlede renten for alle årene ved å skrive =SUM(J7:J26).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Elise				Ådne				
2		Innskudd	kr 20 000,00			Innskudd	kr 25 000,00			
3		Rente prosent	2,75 %			Rente prosent	2,75 %			
4										
5										
6	År	Kapital i starten av år			Renter fra året	Kapital i starten av år			Renter fra året	Samlet kapital
7	2017	kr	20 000,00	kr	550,00	kr	25 000,00	kr	687,50	kr 45 000,00
8	2018	kr	20 550,00	kr	565,13	kr	25 687,50	kr	706,41	kr 46 237,50
9	2019	kr	21 115,13	kr	580,67	kr	26 393,91	kr	725,83	kr 47 509,03
10	2020	kr	21 695,79	kr	596,63	kr	27 119,74	kr	745,79	kr 48 815,53
11	2021	kr	22 292,43	kr	613,04	kr	27 865,53	kr	766,30	kr 50 157,96
12	2022	kr	22 905,47	kr	629,90	kr	28 631,83	kr	787,38	kr 51 537,30
13	2023	kr	23 535,37	kr	647,22	kr	29 419,21	kr	809,03	kr 52 954,58
14	2024	kr	24 182,59	kr	665,02	kr	30 228,24	kr	831,28	kr 54 410,83
15	2025	kr	24 847,61	kr	683,31	kr	31 059,51	kr	854,14	kr 55 907,12
16	2026	kr	25 530,92	kr	702,10	kr	31 913,65	kr	877,63	kr 57 444,57
17	2027	kr	26 233,02	kr	721,41	kr	32 791,28	kr	901,76	kr 59 024,30
18	2028	kr	26 954,43	kr	741,25	kr	33 693,04	kr	926,56	kr 60 647,46
19	2029	kr	27 695,68	kr	761,63	kr	34 619,59	kr	952,04	kr 62 315,27
20	2030	kr	28 457,31	kr	782,58	kr	35 571,63	kr	978,22	kr 64 028,94
21	2031	kr	29 239,88	kr	804,10	kr	36 549,85	kr	1 005,12	kr 65 789,74
22	2032	kr	30 043,98	kr	826,21	kr	37 554,97	kr	1 032,76	kr 67 598,95
23	2033	kr	30 870,19	kr	848,93	kr	38 587,74	kr	1 061,16	kr 69 457,92
24	2034	kr	31 719,12	kr	872,28	kr	39 648,90	kr	1 090,34	kr 71 368,02
25	2035	kr	32 591,39	kr	896,26	kr	40 739,24	kr	1 120,33	kr 73 330,64
26	2036	kr	33 487,66	kr	920,91	kr	41 859,57	kr	1 151,14	kr 75 347,23
27	2037	kr	34 408,57			kr	43 010,71			kr 77 419,28
28										Renteinntekter
29										kr 32 419,28

Da kan vi se at Ådne og Elise til sammen har fått 32 419,28 kroner i renter. Med formler ser regnearket nå slik ut:



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Elise				Ådne				
2		Innskudd	20000			Innskudd	25000			
3		Renteprorsent	0,0275			Renteprorsent	0,0275			
4										
5										
6	År	Kapital i starten av året		Renter fra året		Kapital i starten av året		Renter fra året		Samlet kapital
7	2017	=C2	+B7*SC\$3		=G2	+F7*SC\$3		=B7+F7	+C7+G7	
8	2018	=B7+C7	+B8*SC\$3		=F7+G7	+F8*SC\$3		=B8+F8	+C8+G8	
9	2019	=B8+C8	+B9*SC\$3		=F8+G8	+F9*SC\$3		=B9+F9	+C9+G9	
10	2020	=B9+C9	+B10*SC\$3		=F9+G9	+F10*SC\$3		=B10+F10	+C10+G10	
11	2021	=B10+C10	+B11*SC\$3		=F10+G10	+F11*SC\$3		=B11+F11	+C11+G11	
12	2022	=B11+C11	+B12*SC\$3		=F11+G11	+F12*SC\$3		=B12+F12	+C12+G12	
13	2023	=B12+C12	+B13*SC\$3		=F12+G12	+F13*SC\$3		=B13+F13	+C13+G13	
14	2024	=B13+C13	+B14*SC\$3		=F13+G13	+F14*SC\$3		=B14+F14	+C14+G14	
15	2025	=B14+C14	+B15*SC\$3		=F14+G14	+F15*SC\$3		=B15+F15	+C15+G15	
16	2026	=B15+C15	+B16*SC\$3		=F15+G15	+F16*SC\$3		=B16+F16	+C16+G16	
17	2027	=B16+C16	+B17*SC\$3		=F16+G16	+F17*SC\$3		=B17+F17	+C17+G17	
18	2028	=B17+C17	+B18*SC\$3		=F17+G17	+F18*SC\$3		=B18+F18	+C18+G18	
19	2029	=B18+C18	+B19*SC\$3		=F18+G18	+F19*SC\$3		=B19+F19	+C19+G19	
20	2030	=B19+C19	+B20*SC\$3		=F19+G19	+F20*SC\$3		=B20+F20	+C20+G20	
21	2031	=B20+C20	+B21*SC\$3		=F20+G20	+F21*SC\$3		=B21+F21	+C21+G21	
22	2032	=B21+C21	+B22*SC\$3		=F21+G21	+F22*SC\$3		=B22+F22	+C22+G22	
23	2033	=B22+C22	+B23*SC\$3		=F22+G22	+F23*SC\$3		=B23+F23	+C23+G23	
24	2034	=B23+C23	+B24*SC\$3		=F23+G23	+F24*SC\$3		=B24+F24	+C24+G24	
25	2035	=B24+C24	+B25*SC\$3		=F24+G24	+F25*SC\$3		=B25+F25	+C25+G25	
26	2036	=B25+C25	+B26*SC\$3		=F25+G25	+F26*SC\$3		=B26+F26	+C26+G26	
27	2037	=B26+C26			=F26+G26			=B27+F27	+C27+G27	
28								Renteinntekter		=SUM(I7:I28)

Svar: Elise og Ådne vil til sammen få 32 419, 28 kroner i renter.

