MAT1011 2017 Høst

Eksamenstid:

5 timar:

Del 1 skal leverast inn etter 2 timar.

Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.

Hjelpemiddel på Del 1:

Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.

Hjelpemiddel på Del 2:

Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.

Framgangsmåte:

Del 1 har 9 oppgåver. Del 2 har 8 oppgåver.

Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing.

Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og rekneark skal dokumenterast med utskrift eller gjennom ein IKT-basert eksamen.

Rettleiing om vurderinga:

Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du

- viser rekneferdigheiter og matematisk forståing
- gjennomfører logiske resonnement
- ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar
- kan bruke formålstenlege hjelpemiddel
- forklarer framgangsmåtar og grunngir svar
- skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar
- vurderer om svar er rimelege

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng) Nettkode: E-4TIL

En vare koster 640 kroner. Butikkeieren vurderer å sette opp prisen med $10\,\%$ eller $15\,\%$.

a)
Hvor mye vil varen koste dersom prisen settes opp med 10%?

Løsningsforslag a)

Vi skal finne ny pris på varen dersom prisen settes opp med 10%. Da kan vi først finne ut hvor mye 10% er av 640 kr, og deretter addere dette med den opprinnelige prisen. 10% av 640 kr er

$$640\text{kr} \cdot \frac{10}{100} = \frac{640\text{kr}}{10} = 64\text{kr}.$$

Det betyr at varen vil koste $640\text{kr} + 64\text{kr} = 704\text{kr}$.

Svar: Dersom varen settes opp med 10% vil prisen være 704kr.

b)
Hvor mye vil varen koste dersom prisen settes opp med 15%?

Løsningsforslag b)

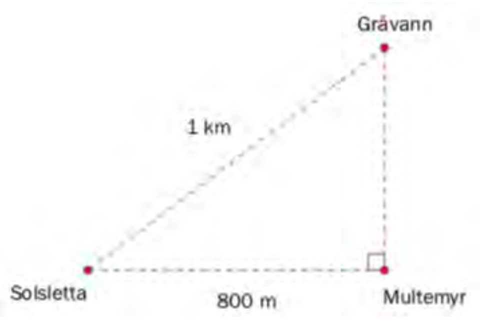
Vi skal finne ny pris på varen dersom prisen settes opp med 15%. Da kan vi først finne ut hvor mye 15% er av 640 kr, og deretter addere dette med den opprinnelige prisen. 15% av 640 kr er

$$640\text{kr} \cdot \frac{15}{100} = 640\text{kr} \cdot 0,15 = 64\text{kr} \cdot 1,5 = 64\text{kr} + 32\text{kr} = 96\text{kr}.$$

Det betyr at varen vil koste $640\text{kr} + 96\text{kr} = 736\text{kr}$.

Svar: Dersom varen settes opp med 15% vil prisen være 736kr.

Oppgave 2 (2 poeng) Nettkode: E-4TIO



Noah skal gå fra Solsletta til Gråvann. Han lurer på om han skal gå den korteste veien, eller om han skal gå over Multemyr. Stiene går langs de stiplede linjene.
Se figuren over.

Hvor mye lenger må han gå dersom han velger å gå veien om Multemyr?

Løsningsforslag

For å finne ut hvor mye lenger Noah må gå dersom han går om Multemyr må vi finne avstanden fra Multemyr til Gråvann, som vi betegner som $x\text{km}$. Ut i fra figuren kan vi se at vi har en rettvinklet trekant, så da kan vi bruke Pytagoras læresetning. Vi kan merke oss at på figuren har vi to ulike benevninger for lengdene, så vi må passe på at vi gjør om slik at vi bruker den samme for begge lengdene. Vi kan bruke kilometer som benevning. Avstanden fra Solsletta til Multemyr er $800\text{m} = 0,8\text{km}$. Ved Pytagoras læresetning får vi da

$$\begin{aligned}
(1\text{km})^2 &= (0,8\text{km})^2 + (x\text{km})^2 \\
(x\text{km})^2 &= 1\text{km}^2 - 0,64\text{km}^2 \\
x\text{km} &= \sqrt{0,36\text{km}^2} \\
x\text{km} &= 0,6\text{km}
\end{aligned}$$

Fra Multemyr til Gråvann er det altså $0,6\text{km}$, som betyr at dersom Noah går om Multemyr må han gå $0,8\text{km} + 0,6\text{km} = 1,4\text{km}$. Det er $1,4\text{km} - 1\text{km} = 0,4\text{km}$ lenger enn om han går den korteste veien.

Svar: Noah må gå 400m lenger om han går om Multemyr.

Oppgave 3 (2 poeng) Nettkode: E-4TIS

Et politisk parti har en oppslutning på $40\,\%$.
Partiet øker sin oppslutning med 2 prosentpoeng.

Hvor mange prosent øker partiet oppslutning med?

Løsningsforslag

Når partiet øker sin oppslutning med 2 prosentpoeng betyr det at det får en oppslutning på $40\% + 2\% = 42\%$. Vi skal finne hvor stor den prosentvise endringen er. Da kan vi se på prosentfaktoren som er $\frac{2}{40} = \frac{1}{20} = 0{,}05$. Ved å gange 0,05 med hundre får vi prosenten.

Svar: Den prosentvise økningen er da 5%.

Oppgave 4 (1 poeng) Nettkode: E-4TIV

I 2016 kostet en vare $6\,\%$ mer enn i basisåret.

Hva var prisindeksen for varen i 2016?

Løsningsforslag

I basisåret er prisindeksen lik 100. Varen koster 6% mer i 2016. 6% mer enn 100 er 106.

Svar: Prisindeksen i 2016 er 106.

Oppgave 5 (3 poeng) Nettkode: E-4TIX

Kari er baker. Hun har en oppskrift på brød hvor det står at forholdet mellom mel og vann skal være $10:7$.

a)
Hvor mye vann trenger Kari dersom hun skal bruke 50 L mel?

Løsningsforslag a)

Kari skal ha 10 deler mel og 7 deler vann. Hun har 50 L mel som utgjør 10 deler. Da vil hver del være på $\frac{50\text{L}}{10} = 5\text{L}$ mel. Når Kari har 10 deler mel, hver på 5 L, så skal hun ha 7 deler vann, hver på 5 L. Det betyr at Kari skal ha $7 \cdot 5\text{L} = 35\text{L}$ vann.

Svar:35 L vann.

Når Kari baker brød hjemme, bruker hun til sammen $3{,}4$ L mel og vann.

b)
Hvor mye mel og hvor mye vann bruker hun?

Løsningsforslag b)

Kari har totalt $3,4$ L mel og vann. Av dette volumet er 10 deler mel og 7 deler vann, tilsammen er det altså 17 deler. For å finne ut hvor mye mel og hvor vann hun bruker må vi finne ut hvor stor én del er. Det kan vi finne ved å dividere det totale volumet på antall deler. Da får vi at én del er

$$\frac{3,4\text{L}}{17} = 0,2\text{L}.$$

Det betyr at Kari bruker $10 \cdot 0,2\text{L} = 2\text{L}$ mel og $7 \cdot 0,2\text{L} = 1,4\text{L}$ vann. For å sjekke om dette er riktig kan vi legge sammen volumet for mel og vann; $2\text{L} + 1,4\text{L} = 3,4\text{L}$, som var det vi ville ha.

Svar: Kari bruker 2L mel og $1,4\text{L}$ vann.

Oppgave 6 (2 poeng) Nettkode: E-4TJ2

Ovenfor ser du to parallelle linjer, en sirkel, et parallellogram og en trekant.
$AB = 8$ og $CD = 4$. Sirkelen har areal 9π.

Bestem arealet av parallellogrammet og av trekanten.

Løsningsforslag

Vi begynner med å finne radiusen til sirkelen. Arealet til en sirkel er gitt ved formelen $A_{Sirkel} = \pi \cdot r^2$ og da har vi at

$$\pi \cdot r^2 = 9\pi.$$

Vi kan bruke denne likningen til å bestemme r;

$$\begin{aligned} \pi \cdot r^2 &= 9\pi \\ r^2 &= \frac{9\pi}{\pi} \\ r^2 &= 9 \\ r &= 3 \end{aligned}$$

Radiusen til sirkelen er 3 som betyr at diameteren er $2 \cdot 3 = 6$. Da kjenner vi også høyden til parallellogrammet og trekanten.
Arealet til et parallellogram er gitt ved formelen $A_{Parallelloram} = G \cdot h$. Grunnlinjen, G, til parallellogrammet er $AB = 8$ og høyden fant vi ut at er $h = 6$. Da får vi at arealet til parallellogrammet er $A_{Parallelloram} = 8 \cdot 6 = 48$ Arealet til en trekant er gitt ved $A_{Trekant} = \frac{G \cdot h}{2}$. Trekanten har grunnlinje $CD = 4$ og høyde 6. Da finner vi arealet ved $A_{Trekant} = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12$

Svar: Parallellogrammet har areal 48 og trekanten har areal 12.

Oppgave 7 (6 poeng) Nettkode: E-4TJ4

Noen venner vil dra på hyttetur. Det koster 3600 kroner å leie hytta en helg. Vennene skal dele utgiftene for leie av hytta likt mellom seg. I tillegg må hver person betale 1300 kroner for mat og transport.

a)

Tegn av tabellen nedenfor i besvarelsen. Fyll inn tallene som mangler.

Antall personer	2	4	8
Utgifter per person			

Løsningsforslag a)

Vi skal fylle inn i tabellen

Antall personer	2	4	8
Utgifter per person			

Hver person må betale $\text{leie for hytta} + \text{mat og transport}$. Mat og transport er fast utgift på 1300 per person. Hva hver person må betale i leie for hytta avhenger av hvor mange som er med på hyttetur. Dersom det er 2 personer med på hyttetur må hver person betale $\frac{3600\text{kr}}{2} = 1800\text{kr}$ for leie av hytta. Totalt blir utgiftene per person på

$$1800\text{kr} + 1300\text{kr} = 3100\text{kr}.$$

Dersom det er 4 personer som er med, må hver person betale $\frac{3600\text{kr}}{4} = 900\text{kr}$ for leie av hytta. Totalt blir utgiftene per person på

$$900\text{kr} + 1300\text{kr} = 2200\text{kr}$$

Dersom det er 8 personer som er med, må hver person betale $\frac{3600\text{kr}}{8} = 450\text{kr}$ per person. Totalt blir utgiftene per person på

$$450\text{kr} + 1300\text{kr} = 1750\text{kr}$$

Vi kan nå fylle inn denne informasjonen i tabellen fra oppgaven.

Svar:

Antall personer	2	4	8
Utgifter per person	3100 kr	2200 kr	1750 kr

b)

Bestem en formel som du kan bruk for å regne ut utgiftene U per person dersom x personer deltar.

Løsningsforslag b)

I oppgave a) kunne vi se at de totale utgiftene bestod av to ledd;

Utgifter per person = Leie for hytta + Mat og transport.

Det var kun leie av hytta som var avhengig av antall personer. Dersom x personer deltar, kan vi skrive

$$\text{Leie for hytta per person} = \frac{3600\text{kr}}{x}.$$

Mat og transport er fast på 1300kr per person uansett hvor mange som deltar. Utgiftene $U\left(x\right)$ kr per person kan vi da skrive som $U\left(x\right) = \frac{3600}{x} + 1300$.

Svar: $U\left(x\right) = \frac{3600}{x} + 1300$.

c)

Bruk formelen fra oppgave b) til å bestemme hvor mange personer som må delta for at utgiftene per person skal bli 1600 kroner.

Løsningsforslag c)

Utgiftene per person skal bli 1600kr, som betyr at vi har $U\left(x\right) = 1600$. Da får vi en likning som vi kan løse med hensyn på x:

$$\begin{aligned}
\frac{3600}{x} + 1300 &= 1600 \\
\frac{3600}{x} &= 1600 - 1300 \\
3600 &= 300 \cdot x \\
x &= \frac{3600}{300} \\
x &= \frac{36}{3} \\
x &= 12
\end{aligned}$$

Svar: Det må delta 12 personer.

d)

Er antall personer og utgiftene per person omvendt proporsjonale størrelser?
Begrunn svaret ditt.

Løsningsforslag d)

Dersom to størrelser er omvendt proposjonale er produktet av dem konstant. Det betyr at antall personer multiplisert med utgiftene per person skal være konstant, og dersom en av størrelsene halveres, dobles den andre.

Fra tabellen i oppgave a) kan vi se at prisen for 4 personer er $2200\mathrm{kr}$. Dersom størrelsene er omvendt proporsjonale må vi ha at prisen for 2 personer er $4400\mathrm{kr}$, som vi vet ikke stemmer. Så antall personer og utgiftene per person er ikke omvendt proporsjonale.

Svar: Nei, de er ikke omvendt proporsjonale størrelser.

Oppgave 8 (3 poeng) Nettkode: E-4TJ9

Ved en skoler er det to Vg2-klasser, $2A$ og $2B$. Det er like mange elever i hver klasse. Alle elevene i $2A$ har valgt biologi. Halvparten av elevene i $2B$ har valgt biologi.

a)
Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev i Vg2 har valgt biologi.

Løsningsforslag a)

Vi begynner med å definere hendingene:

B: Eleven har valgt biologi.

$2A$: Eleven går i klasse $2A$.

$2B$: Eleven går i klasse $2B$.

Vi vet at halvparten av elevene går i $2A$ og halvparten av elevene går i $2B$. Det betyr at

$$P\left(2A\right) = P\left(2B\right) = \frac{1}{2}$$

. Alle elevene som går i $2A$ har valgt biologi, så sannsynlighetene for at en elev har valgt biologi, gitt at en elev går i $2A$, $P(B|2A) = 1$. Vi kan bruke produktregelen til å finne sannsynligheten for at en elev går i $2A$ og har valgt biologi. Da får vi at sannsynligheten for at en elev går i $2A$ og har valgt biologi B er

$$P\left(2A \cap B\right) = P\left(2A\right) \cdot P\left(B \middle| 2A\right) = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

Halvparten av elevene i $2B$ har valgt biologi, så sannsynligheten for at en elev har biologi gitt at eleven går i $2B$ er $P\left(B \middle| 2B\right) = \frac{1}{2}$. Fra produktregelen får vi at sannsynligheten for å trekke en elev går i $2B$ og har valgt biologi er

$$P\left(2B \cap B\right) = P\left(2B\right) \cdot P\left(B \middle| 2B\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

. Nå kan vi finne sannsynligheten for at en elev har valgt biologi ved addisjonssetningen:

$$P\left(B\right) = P\left(2A \cap B\right) + P\left(2B \cap B\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Svar: Sannsynligheten for at en elev har valgt biologi er $\frac{3}{4} = 75\%$.

b)

Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev i Vg2 som har valg biologi går i klasse $2A$.

Løsningsforslag b)

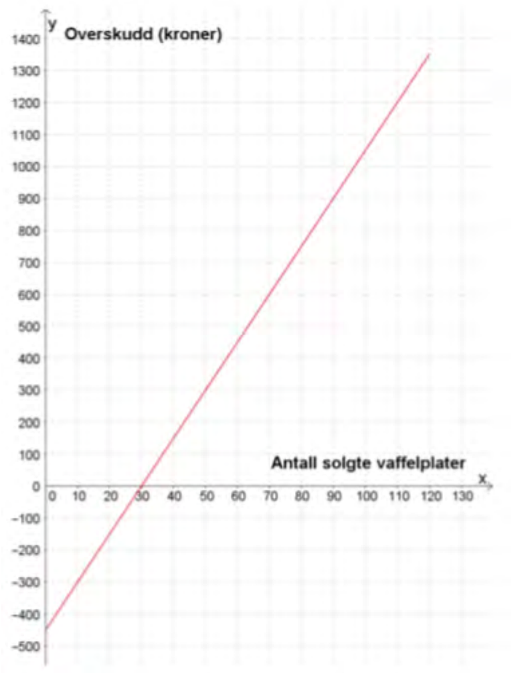
Biologiklassen består av elever fra $2A$ og $2B$. Fra oppgaveteksten så har vi at i denne klassen kommer $\frac{2}{3}$ fra $2A$ og $\frac{1}{3}$ fra $2B$. Sannsynligheten for at en valgt elev som har biologi går i $2A$ er dermed $\frac{2}{3}$.

Svar: $\frac{2}{3} \approx 67\%$.

Oppgave 9 (3 poeng) Nettkode: E-4TJD

Noen elever vil selge vafler for å samle inn penger til en skoletur.
De kjøper inn litt utstyr og nødvendige ingredienser slik at de kan lage 120 vaffelplater.

Den grafiske framstillingen nedenfor viser sammenhengen mellom antall vaffelplater de får solgt, og overskuddet de vil få fra salget.



a)
Den rette linjen starter i punktet $(0, -450)$ og går gjennom punktet $(30,0)$.
Hvilken praktisk informasjon gir dette?

Løsningsforslag a)

Punktet $(0, -450)$ forteller om overskuddet når $x = 0$, altså før de har solgt noen vaffelplater. Da er overskuddet på -450 kr, som betyr at de har brukt 450 kr på utstyr og ingredienser.
Punktet $(30, 0)$ forteller oss at når $x = 30$, altså når de har solgt 30 vaffelplater, da er de i 0, så da har de tjent inn de utgiftene de hadde på utstyr og ingredienser.

b)
Hvor mye vil elevene ta betalt for hver vaffelplate?

Løsningsforslag b)

Elevene har tjent inn de 450 kr de brukte på utstyr når de har solgt 30 vaffelplater. Så 30 vaffelplater koster 450 kr. Det betyr at én vaffelplate koster

$$\frac{450\text{kr}}{30} = \frac{45\text{kr}}{3} = 15\text{kr}.$$

Svar: En vaffelplate koster 15 kr.

c)

Vis hvordan du kan regne ut hvor stort overskuddet blir dersom elevene får solgt alle vaffelplatene. Hvor stort blir overskuddet?

Løsningsforslag c)

Dersom elevene får solgt alle 120 vaffelplatene får de inn $120 \cdot 15\text{kr} = 1800\text{kr}$. For å finne ut hvor stort overskuddet blir må vi subtrahere den summen de brukte på utstyr og ingredienser. Da får vi at overskuddet blir

$$1800\text{kr} - 450\text{kr} = 1350\text{kr}$$

som ser ut å stemme med grafen.

Svar: Overskuddet blir på 1350 kr.

DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng) Nettkode: E-4TJI

Antall tusen artikler i den engelske utgaven av Wikipedia x år etter $1.$ januar 2002 er tilnærmet gitt ved funksjonen f der

$$f(x) = -2,34x^3 + 50x^2 + 129x + 19,7 \quad , \qquad 0 \leq x \leq 15$$

a)

Bruk graftegner til å tegne grafen til f for $0 \leq x \leq 15$

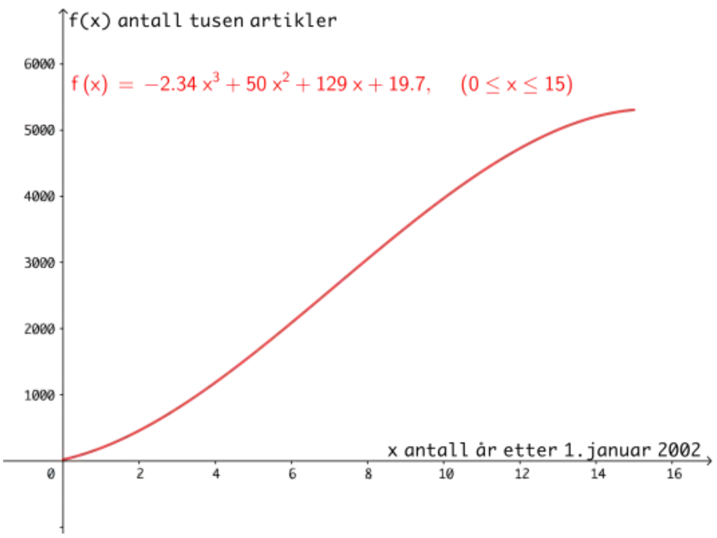
Løsningsforslag a)

Vi tegner grafen i GeoGebra og da kan vi bruke kommandoen Funksjon[<Funksjon> , <Start>, <Slutt>].
Vi vil tegne grafen for $0 \leq x \leq 15]$ og skriver da inn

$$f(x) = \text{Funksjon}\left[-2.34x^\wedge 3 + 50x^\wedge 2 - 129x + 19.7, 0, 15\right]$$

Vi tilpasser aksene og setter på navn.
Resultatet er vist under.

Svar:

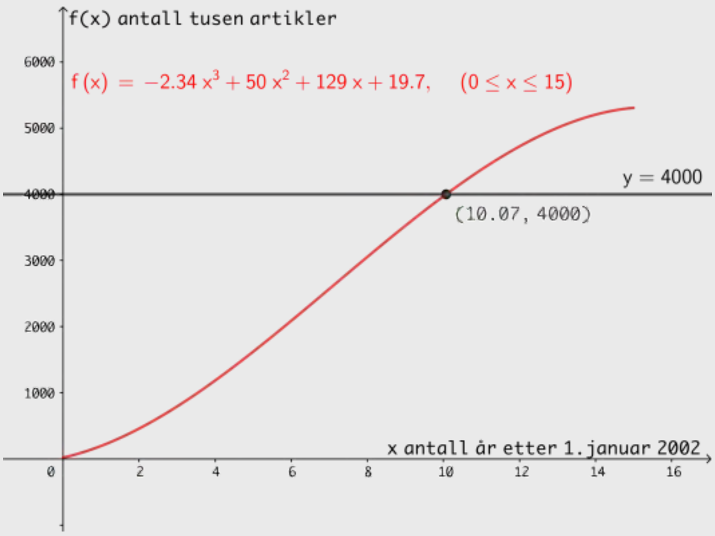


b)

Når passerte antall artikler $4\,000\,000$, ifølge funksjonen?

Løsningsforslag b)

Vi vil finne når grafen til f krysser linjen $y = 4\,000$, altså hva x skal være for at $f(x) = 4\,000$. Dette kan vi gjøre grafisk. Vi tegner inn linjen ved å skrive $y = 4000$ i det samme GeoGebra-vinduet som i forrige oppgave. Vi finner skjæringspunktet mellom linjen og grafen ved å bruke skjæringsverktøyet.



Vi ser at grafen til f passerer $4\,000$ når $x = 10,07$. Det betyr at antall artikler passerte $4\,000\,000$ $10,07$ år etter 1. januar 2002, altså tidlig i 2012.

Svar: Antall artikler passerte $4\,000\,000$ i starten av 2012.

Oppgave 2 (2 poeng) Nettkode: E-4TJN

På et kart er en avstand $2{,}4$ cm. I virkeligheten er den samme avstanden $4{,}8$ mil.

Bestem målestokken til kartet.

Løsningsforslag

Vi vet at $2,4\text{cm}$ på kartet er $4,8$ mil i virkeligheten. Vi kan finne ut hvor langt 1 cm på kartet er ved å dividere $4,8$ mil på $2,4$. Én mil er det samme som $10\,000\text{m}$, så $4,8$ mil er $48\,000$ m. Da får vi

$$\frac{48\,000\text{m}}{2,4} = 20\,000\text{m}$$

Så 1 cm på kartet tilsvarer $20\,000$ m, og siden $1\text{m} = 100\text{cm}$ må vi multipliserer svaret med 100 for å finne ut hvor mange cm dette er i virkeligheten. $20\,000 \cdot 100\text{cm} = 2\,000\,000\text{cm}$ 1 cm på kartet tilsvarer $2\,000\,000\text{cm}$ i virkeligheten.

Svar: Målestokken er $1 : 2\,000\,000$.

Oppgave 3 (2 poeng) Nettkode: E-4TJP

En hermetikkboks har form som en sylinder med radius 10 cm og høyde 10 cm. En kule har radius 10 cm.

Bestem forholdet mellom overflaten av hermetikkboksen og overflaten av kula.

Løsningsforslag

Vi har at forholdet er $\frac{\text{overflate hermetikkboks}}{\text{overflate kule}}$.
Hermetikkboksen har form som en sylinder, og arealet til en sylinder er gitt ved summen av arealet til toppen, bunnen og sideflaten. Vi har sirkler i topp og bunn, og arealet til en sirkel er gitt ved $A = \pi r^2$ og sideflaten har areal $A = 2\pi rh$. Arealet til overflaten til hermetikkboksen er gitt ved summen av arealet til topp, bunn og sideflaten

$$A = 2\pi \cdot r^2 + 2\pi rh$$

Arealet til overflatearealet til en kule er gitt ved

$$A = 4\pi r^2$$

Forholdet mellom overflatearealene er da

$$\frac{2\pi r^2 + 2\pi rh}{4\pi r^2}$$

Vi kan sette inn for $r = 10\text{cm}$ og $h = 10\text{cm}$. Da vår vi

$$\frac{2\pi(10\text{cm})^2 + 2\pi \cdot 10\text{cm} \cdot 10\text{cm}}{4\pi(10\text{cm})^2} = \frac{2\pi(10\text{cm})^2 + 2\pi(10\text{cm})^2}{4\pi(10\text{cm})^2} = \frac{4\pi(10\text{cm})^2}{4\pi(10\text{cm})^2} = \frac{1}{1}$$

Svar: Forholdet er $1 : 1$.

Oppgave 4 (3 poeng) Nettkode: E-4TJR

Basisåret for konsumprisindeks er nå 2015. Tidligere var basisåret 1998.

Da 1998 ble brukt som basisår, var konsumprisindeksen $139{,}8$ i 2015 og $144{,}8$ i 2016.

a)
Vis at konsumprisindeksen i 1998 nå er $71{,}5$.

Løsningsforslag a)

Forholdet mellom konsumprisindeksene er det samme uansett hvilket basisår vi velger, det vil si at med 1998 som basisår har vi forholdet

$$\frac{\text{kpi}_{1998}}{\text{kpi}_{2015}}.$$

Konsumprisindeksen i basisåret er alltid 100, så $\text{kpi}_{1998} = 100 \text{ og } \text{kpi}_{2015} = 139,8$. Selvom konsumprisindeksene vil være forskjellig med basisår i 2015 vil forholdet

$$\frac{\text{kpi}_{1998}}{\text{kpi}_{2015}}$$

være det samme. Vi kan betegne konsumprisindeksen i 1998 med 2015 som basisår med x. Da er $\text{kpi}_{2015} = 100$. Nå kan vi sette opp likningen

$$\frac{100}{139,8} = \frac{x}{100}$$

og løse denne med hensyn på x. Da får vi at

$$x = \frac{100}{139,8} \cdot 100 \approx 71,5$$

som var det vi ville ha.

b)
Hva er nå konsumprisindeksen i 2016?

Løsningsforslag b)

Vi kan nå la konsumprisindeksen i 2016 med basisår 2015 være lik x. Når basisåret er 2015 vil konsumprisindeksen i 2015 være 100. Forholdet $\frac{x}{100}$ må være likt forholdet $\frac{144{,}8}{139{,}8}$, så

$$\frac{x}{100} = \frac{144,8}{139,8}.$$

Da får vi at

$$x = \frac{144,8}{139,8} \cdot 100 \approx 103,6.$$

Svar: Konsumprisindeksen i 2016 er nå $103,6$.

Oppgave 5 (2 poeng) Nettkode: E-4TJU

I 2010 var konsumprisindeksen $92,1$. I 2014 var konsumprisindeksen $97,9$.

Helene hadde like stor kjøpekraft i 2014 som i 2010.
I 2014 hadde hun en nominell lønn på $540\,000$ kroner.

Hva var den nominelle lønna hennes i 2010?

Løsningsforslag

Vi kan begynne med å finne reallønnen til Helene i 2014. Den er gitt ved

$$\text{Reallønn} = \text{Nominell lønn} \cdot \frac{100}{\text{kpi}}$$

I 2014 var konsumprisindeksen, kpi, $97,9$ og Helene hadde nominell lønn $540\,000\text{kr}$, som betyr at reallønnen til Helene var

$$\text{Reallønn} = 540\,000\text{kr} \cdot \frac{100}{97,9} \approx 551\,583,25\text{kr}.$$

Gjør vi om på formelen for reallønn får vi at

$$\text{Nominell lønn} = \text{Reallønn} \cdot \frac{\text{kpi}}{100}.$$

Helene hadde like stor kjøpekraft i 2010 som i 2014, så reallønnen må være den samme for de to årene. I 2010 var konsumprisindeksen $92,1$. Den nominelle lønnen til Helene i 2010 var da

$$\text{Nominell lønn} = 551\,583,25\text{kr} \cdot \frac{92,1}{100} \approx 508\,008\text{kr}.$$

Svar: Den nominelle lønnen hennes var $508\,008$ kr i 2010.

Oppgave 6 (2 poeng) Nettkode: E-4TJW

Prisen for en vare er endret fem ganger. To ganger er den satt ned med $30\,\%$. Tre ganger er den satt opp med $20\,\%$. Nå koster varen 2646 kroner.

Hva kostet varen før prisendringene?

Løsningsforslag

La den opprinnelige vareprisen være x kroner. Først ble prisen satt ned med 30%, som er en prosentfaktor på $0,3$. Ved nedgang har vi at

$$\text{vekstfaktor} = 1 - \text{prosentfaktor},$$

så vekstfaktoren er på $1 - 0,3 = 0,7$. Etter første prisendring er ny pris gitt ved

$$\text{ny pris} = \text{opprinnelig pris} \cdot \text{vekstfaktor} = x \cdot 0,7.$$

Denne prisen blir deretter satt ned med 30%, som betyr at vi har samme vekstfaktor, og prisen på varen vil når være gitt ved

$$\left(x \cdot 0,7\right) \cdot 0,7 = x \cdot 0,7^2.$$

Nå settes prisen på varen opp med 20%, altså med en prosentfaktor på $0,2$. Da blir ny vekstfaktor $1 + 0,2 = 1,2$. Ved første prisøkning vil den nye prisen være gitt ved $x \cdot 0{,}7^2 \cdot 1{,}2$. Andre og tredje prisøkning har samme vekstfaktor, og da får vi at etter tre prisøkninger er prisen gitt ved

$$x \cdot 0,7^2 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot 1,2 = x \cdot 0,7^2 \cdot 1,2^3$$

Vi vet at sluttprisen skal være lik 2646 kr, så da har vi likningen:

$$\begin{aligned} x \cdot 0,7^2 \cdot 1,2^3 &= 2646 \\ x &= \frac{2646}{0,7^2 \cdot 1,2^3} \\ x &= 3125 \end{aligned}$$

Svar: Før prisendringene kostet varen 3125 kr.

Oppgave 7 (4 poeng) Nettkode: E-4TJY

I en eske ligger det tre hvite og ni røde julekuler. Én av de hvite og fire av de røde kulene er ødelagt.

Tenk deg at du skal ta to kuler tilfeldig fra esken.

a)
Bestem sannsynligheten for at du kommer til å ta to kuler som ikke er ødelagt.

Løsningsforslag a)

Vi har hendelsene
A: Første kule er ikke ødelagt
B: Andre kule er ikke ødelagt.
Vi vil finne sannsynligheten for at både A og B inntreffer. Det er totalt $3+9=12$ julekuler, hvorav $1+4=5$ av dem er ødelagt, som betyr at $12-5=7$ av dem ikke er det. Sannsynligheten for at hendelse A inntreffer er gitt ved

$$P\left(A\right)=\frac{7}{12}.$$

Vi vil at både hendelse A og B skal inntreffe. Dersom vi tok en kule som ikke er ødelagt første gang har vi igjen 6 kuler som ikke er ødelagt, og nå er antall julekuler 11 totalt. Sannsynligheten for at hendelse B inntreffer gitt at A inntraff, $B|A$,er gitt ved

$$P\left(B\middle|A\right)=\frac{6}{11}$$

Sannsynligheten for at både A og B inntreffer, $A\cap B$, finner vi ved å bruke produktsetningen

$$P\left(A\cap B\right)=P\left(A\right)\cdot P\left(B\middle|A\right)=\frac{7}{12}\cdot\frac{6}{11}\approx 0,318$$

Svar: Sannsynligheten for å trekke to kuler som ikke er ødelagt er omtrent $31,8\%$.

b)
Bestem sannsynligheten for at minst én av kulene du kommer til å ta, er ødelagt.

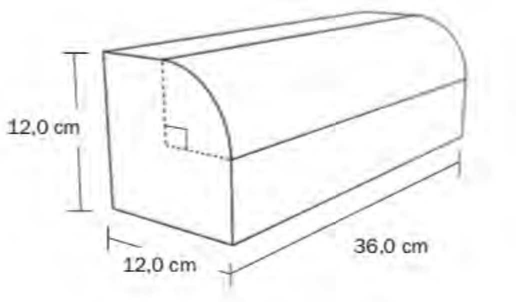
Løsningsforslag b)

Hendelsen at vi trekker minst én kule som er ødelagt er komplementær med hendelsen at begge kulene vi trekker ikke er ødelagte, $A\cap B$. Da har vi at $P(\text{minst én ødelagt})=1-P(A\cap B)$. I oppgave a) fant vi at $P(A\cap B)=0,318$. Sannsynligheten for at vi trekker minst én ødelagt kule er da

$$P(\text{minst én ødelagt}=1-0,318=0,682.$$

Svar: Sannsynligheten for at minst én av kulene er ødelagt er $68,2\%$.

Oppgave 8 (5 poeng) Nettkode: E-4TK2



Anders hadde en trekloss med form som et rett firkantet prisme. Han fikk skåret bort en del av klossen slik at den ene kanten ble avrundet. Se figuren ovenfor.
Buen er en sirkelbue med radius $6{,}0$ cm.

a)
Bestem volumet av treklossen.

Løsningsforslag a)

Vi kan dele figuren inn i tre deler, en kvart sylinder, et prisme med rektangulær grunnflate og et prisme med kvadratisk grunnflate. For å finne volumet til hele figuren kan vi begynne med å finne volumet til hver av delene og addere dem sammen til slutt. Volumet til alle disse figurene er gitt ved $V = G \cdot h$, der grunnflaten G er forskjellig for de tre delene, høyden vil være den samme for alle delene; $h = 36,0\text{cm}$.

Vi kan begynne med den kvarte sylinderen. Volumet til en sylinder er gitt ved

$$V = G_S \cdot h$$

Den kvarte sylinderen har en kvart sirkel som grunnflate, der $G_S = \frac{\pi \cdot r^2}{4}$. Radiusen til sirkelen er $r = \frac{12{,}0\text{cm}}{2} = 6,0\text{cm}$. Høyden er $h = 36,0\text{cm}$. Nå kan vi finne volumet til den kvarte sylinderen og får vi at

$$V_S = \frac{\pi \cdot r^2}{4} \cdot h = \frac{\pi \cdot (6,0\text{cm})^2}{4} \cdot 36,0\text{cm} \approx 1017,9\text{cm}^3$$

For prismet med rektangulær grunnflate har vi $G_R = l \cdot b$, der $l = 6,0\text{cm}$ og $b = 12,0\text{cm}$. Volumet til dette prismet er $V_R = l{\cdot}b{\cdot}h{=}6{,}0\text{cm}{\cdot}12{,}0\text{cm}{\cdot}36{,}0\text{cm}{=}2592\text{cm}^3$ Da gjenstår bare prismet med kvadratisk grunnflate, der $G_K = s^2$. Sidene i kvadratet er $s = 6,0\text{cm}$. Volumet for dette prismet er

$$V_K = s^2 \cdot h = \left(6,0\text{cm}\right)^2 \cdot 36,0\text{cm} = 1296\text{cm}^3$$

Det totale volumet av treklossen er

$$V = 1017,9\text{cm}^3 + 2596\text{cm}^3 + 1296\text{cm}^3 = 4905,9\text{cm}^3$$

Svar: Volumet av treklossen er $\underline{\underline{4905,9\text{cm}^3}}$.

b)

Bestem overflaten av treklossen.

Løsningsforslag b)

Vi kan begynne med å få en oversikt over overflaten til treklossen. Den består av:

> To rektangulære sideflater med lengde $l = 12,0\text{cm}$ og $b = 36,0\text{cm}$
>
> To rektangulære sideflater med lengde $l = 6,0\text{cm}$ og $b = 36,0\text{cm}$
>
> En fjerdedel av en sylinder med radius $6,0\text{cm}$ og $h = 36,0\text{cm}$
>
> To rektangler med $l = 12,0\text{cm}$ og $b = 6,0\text{cm}$
>
> To kvadrat med $s = 6,0\text{cm}$.

Vi kan nå finne arealet av hver av disse delene. Vi begynner på toppen av lista. Arealet av et rektangel er gitt ved $A = l \cdot b$. Overflaten består av to rektangulære sideflater med $l = 12,0\text{cm}$ og bredden $b = 36,0\text{cm}$. Det totale arealet for disse to rektanglene er

$$A = 2 \cdot l \cdot b = 2 \cdot 12,0\text{cm} \cdot 36,0\text{cm} = 864\text{cm}^2$$

Overflaten består også av to rektangler med $l = 6,0\text{cm}$, og bredde $b = 36,0\text{cm}$ som for de over. Det totale arealet for disse to rektanglene er

$$A = 2 \cdot 6,0\text{cm} \cdot 36,0\text{cm} = 432\text{cm}^2$$

Treklossen består av en fjerdedels sylinder. Overflatearealet til en sylinder er gitt ved $A = 2\pi r^2 + 2\pi rh$. Vi har $r = 6,0\text{cm}$ og $h = 36,0\text{cm}$, og siden vi kun har en fjerdedel av sylinderen blir overflaten $A = \frac{2\pi\cdot(6,0\text{cm})^2 + 2\pi\cdot 6,0\text{cm}\cdot 36,0\text{cm}}{4} = 395,8\text{cm}^2$ Arealet til de to rektanglene med $l = 12,0\text{cm}$ og $b = 6,0\text{cm}$ er

$$A = 2 \cdot 12,0\text{cm} \cdot 6,0\text{cm} = 144,0\text{cm}$$

og de to kvadratene med $s = 6,0$ er

$$A = 2 \cdot \left(6,0\text{cm}\right)^2 = 72\text{cm}^2$$

Den totale overflaten av treklossen er da

$$864\text{cm}^2 + 432\text{cm}^2 + 395,8\text{cm}^2 + 144\text{cm}^2 + 72\text{cm}^2 = 1907,8\text{cm}^2$$

Svar: Overflaten av treklossen er $\underline{\underline{1907,8\text{cm}^2}}$.

Oppgave 9 (6 poeng) Nettkode: E-4TK6

Per har deltidsjobb i en matvarebutikk. Han er ikke sikker på hvor mye han kommer til å tjene i løpet av 2017. Han kan velge mellom to alternative skattetrekk.

Alternativ 1 – Frikort	**Alternativ 2 – Prosentkort**
Han kan tjene inntil 55 000 kroner uten skattetrekk. Dersom han tjener mer enn 55 000 kroner, får han et skattetrekk på 50 % av den delen av lønna som er over 55 000 kroner.	Han får et skattetrekk på 10 % av alt han tjener.

Anta at Per kommer til å tjene $60\ 000$ kr i 2017.

a)
Bestem Pers nettolønn med hvert av alternativene ovenfor.

Løsningsforslag a)

Vi skal bestemme Pers nettolønn med frikort og prosentkort. Nettolønn er lønnen Per får utbetalt etter at skatten er trukket fra inntekten. Vi begynner med å finne ut hvor mye skatt Per må betale med frikort. Da betaler han skatt av den delen av lønna som er over $55\,000$ kr. Når han tjener $60\,000$ kr vil det si

$$60\,000\text{kr} - 55\,000\text{kr} = 5000\text{kr}.$$

Av disse 5000 kr betaler han 50% skatt, som vil si at han betaler

$$5000\text{kr} \cdot 50\% = 5000\text{kr} \cdot \frac{1}{2} = 2500\text{kr}.$$

Nettoinntekten til Per med frikort er $60\,000\text{kr} - 2500\text{kr} = 57\,500\text{kr}.$ Dersom Per har prosentkort må han betale 10% skatt av alt han tjener. Når Per har en inntekt på $60\,000\text{kr}$ er må han betale

$$60\,000\text{kr} \cdot 10\% = 60\,000\text{kr} \cdot \frac{1}{10} = 6000\text{kr}$$

i skatt. Han sitter da igjen med

$$60\,000\text{kr} - 6000\text{kr} = 54\,000\text{kr}$$

i nettolønn.

Svar: Pers nettolønn er $57\,500$ kr med frikort og $54\,000$ kr med prosentkort.

Per ønsker å lage en oversikt i et regneark for å finne hvor mye han vil få i nettolønn ved ulike inntekter etter de to alternativene ovenfor. I regnearket nedenfor har vi lagt inn ulike mulige inntekter for Per i 2017.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2			Alternativ 1 - Frikort			Alternativ 2 - Prosentkort	
3			Fribeløp:	kr 55 000		Fribeløp:	kr 0
4			Trekkprosent:	50 %		Trekkprosent:	10 %
5							
6	Inntekt		Skattetrekk (kroner)	Nettolønn		Skattetrekk (kroner)	Nettolønn
7	kr 56 000						
8	kr 57 000						
9	kr 58 000						
10	kr 59 000						
11	kr 60 000						
12	kr 61 000						
13	kr 62 000						
14	kr 63 000						
15	kr 64 000						
16	kr 65 000						
17	kr 66 000						
18	kr 67 000						
19	kr 68 000						
20	kr 69 000						
21	kr 70 000						
22	kr 71 000						
23	kr 72 000						
24	kr 73 000						
25	kr 74 000						
26	kr 75 000						

b)

Lag et regneark som vist ovenfor. Du skal sette inn formler i de blå cellene og beregne skattetrekk og nettolønn.

Løsningsforslag b)

Først setter vi opp regnearket som i oppgaven.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2			Alternativ 1 - Frikort			Alternativ 1 - Prosentkort	
3			Fribeløp:	kr 55 000,00		Fribeløp:	kr 0
4			Trekkprosent	50 %		Trekkprosent	10 %
5							
6	Inntekt		Skattetrekk (kroner)	Nettolønn		Skattetrekk (kroner)	Nettolønn
7	kr 56 000,00						
8	kr 57 000,00						
9	kr 58 000,00						
10	kr 59 000,00						
11	kr 60 000,00						
12	kr 61 000,00						
13	kr 62 000,00						
14	kr 63 000,00						
15	kr 64 000,00						
16	kr 65 000,00						
17	kr 66 000,00						
18	kr 67 000,00						
19	kr 68 000,00						
20	kr 69 000,00						
21	kr 70 000,00						
22	kr 71 000,00						
23	kr 72 000,00						
24	kr 73 000,00						
25	kr 74 000,00						
26	kr 75 000,00						

Nå skal vi sette opp formler som beregner skattetrekk og nettolønn for frikort og prosentkort. I oppgave a) fant vi hva vi skulle betale i skatt med frikort ved å først finne ut hvor stor del av inntekten som var over fribeløpet på $55\,000$ kr, i celle `D3`, og deretter multiplisere dette med trekkprosenten på 50% i `D4` av dette. Skattetrekket er da gitt ved

$$(\text{inntekt} - \text{fribeløp}) \cdot \text{trekkprosent}.$$

For å beregne skattetrekket i `C7` når Per tjener $56\,000 \text{kr}$, som står i `A7` kan vi skrive

$$= (\mathtt{A7} - \mathtt{D3})^{*}\mathtt{D4}$$

Tilsvarende får vi når Per tjener $57\,000$ kr, som står i celle `A8` da kan vi skrive

$$= (\mathtt{A8} - \mathtt{D3})^{*}\mathtt{D4}$$

Vi kan kopiere formelen i `C7` ved å markere cellen og dra i den lille grønne ruten nede til høyre, da endrer formelen seg i `C8` til $= (\mathtt{A8} - \mathtt{D4})^{*}\mathtt{D5}$. Vi vil "låse" cellene `D3` og `D4` i formelen. For å gjøre det kan vi skrive

$$= (\mathtt{A7} - \mathtt{\$D\$3})^{*}\mathtt{\$D\$4}$$

i `C7`. Da vil formelen i `C8` være $= (\mathtt{A8} - \mathtt{\$D\$3})^{*}\mathtt{\$D\$4}$, og tilsvarende for cellene under.
Vi finner nettolønnen til Per ved

$$\text{inntekt} - \text{skattetrekk}.$$

Da kan vi skrive i celle `D7` formelen $= \mathtt{A7} - \mathtt{C7}$. Denne formelen kan vi kopiere til cellene under ved å fra i den lille grønne ruten. Med formler vil regnearket for alternativ 1 se slik ut:

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2			Alternativ 1 - Frikort			Alternativ 1 - Prosentkort	
3			Fribeløp:	55000		Fribeløp:	kr 0
4			Trekkprosent	0,5		Trekkprosent	0,1
5							
6	Inntekt		Skattetrekk (kroner)	Nettolønn		Skattetrekk (kroner)	Nettolønn
7	56000		=(A7-D3)*D4	=A7-C7			
8	57000		=(A8-D3)*D4	=A8-C8			
9	58000		=(A9-D3)*D4	=A9-C9			
10	59000		=(A10-D3)*D4	=A10-C10			
11	60000		=(A11-D3)*D4	=A11-C11			
12	61000		=(A12-D3)*D4	=A12-C12			
13	62000		=(A13-D3)*D4	=A13-C13			
14	63000		=(A14-D3)*D4	=A14-C14			
15	64000		=(A15-D3)*D4	=A15-C15			
16	65000		=(A16-D3)*D4	=A16-C16			
17	66000		=(A17-D3)*D4	=A17-C17			
18	67000		=(A18-D3)*D4	=A18-C18			
19	68000		=(A19-D3)*D4	=A19-C19			
20	69000		=(A20-D3)*D4	=A20-C20			
21	70000		=(A21-D3)*D4	=A21-C21			
22	71000		=(A22-D3)*D4	=A22-C22			
23	72000		=(A23-D3)*D4	=A23-C23			
24	73000		=(A24-D3)*D4	=A24-C24			
25	74000		=(A25-D3)*D4	=A25-C25			
26	75000		=(A26-D3)*D4	=A26-C26			

I alternativ 2, med prosentkort beregner vi skattetrekket ved

$$\text{inntekt} \cdot \text{trekkprosent}.$$

Når Per tjener $56\,000$, som i `A7` kan vi skrive dette med formelen

$$\mathtt{A7}^{*}\,\mathtt{\$G\$4}$$

i `F7` og kan kopiere denne formelen til cellene under. På tilsvarende måte som for frikort finner vi nettolønnen, i `G7` ved formelen

$$\mathtt{A7} - \mathtt{F7}$$

som vi kan kopiere til cellene under. Med formler blir hele regnearket seende slik ut:

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2			Alternativ 1 - Frikort			Alternativ 1 - Prosentkort	
3			Fribeløp:	55000		Fribeløp:	kr 0
4			Trekkprosent	0,5		Trekkprosent	0,1
5							
6	Inntekt		Skattetrekk (kroner)	Nettolønn		Skattetrekk (kroner)	Nettolønn
7	56000		=(A7-D3)*D4	=A7-C7		=A7*G4	=A7-F7
8	57000		=(A8-D3)*D4	=A8-C8		=A8*G4	=A8-F8
9	58000		=(A9-D3)*D4	=A9-C9		=A9*G4	=A9-F9
10	59000		=(A10-D3)*D4	=A10-C10		=A10*G4	=A10-F10
11	60000		=(A11-D3)*D4	=A11-C11		=A11*G4	=A11-F11
12	61000		=(A12-D3)*D4	=A12-C12		=A12*G4	=A12-F12
13	62000		=(A13-D3)*D4	=A13-C13		=A13*G4	=A13-F13
14	63000		=(A14-D3)*D4	=A14-C14		=A14*G4	=A14-F14
15	64000		=(A15-D3)*D4	=A15-C15		=A15*G4	=A15-F15
16	65000		=(A16-D3)*D4	=A16-C16		=A16*G4	=A16-F16
17	66000		=(A17-D3)*D4	=A17-C17		=A17*G4	=A17-F17
18	67000		=(A18-D3)*D4	=A18-C18		=A18*G4	=A18-F18
19	68000		=(A19-D3)*D4	=A19-C19		=A19*G4	=A19-F19
20	69000		=(A20-D3)*D4	=A20-C20		=A20*G4	=A20-F20
21	70000		=(A21-D3)*D4	=A21-C21		=A21*G4	=A21-F21
22	71000		=(A22-D3)*D4	=A22-C22		=A22*G4	=A22-F22
23	72000		=(A23-D3)*D4	=A23-C23		=A23*G4	=A23-F23
24	73000		=(A24-D3)*D4	=A24-C24		=A24*G4	=A24-F24
25	74000		=(A25-D3)*D4	=A25-C25		=A25*G4	=A25-F25
26	75000		=(A26-D3)*D4	=A26-C26		=A26*G4	=A26-F26

Med skattetrekk og nettoinntekt i kroner ser regnearket slik ut:

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2			Alternativ 1 - Frikort			Alternativ 1 - Prosentkort	
3			Fribeløp:	kr 55 000,00		Fribeløp:	kr 0
4			Trekkprosent	50 %		Trekkprosent	10 %
5							
6	Inntekt		Skattetrekk (kroner)	Nettolønn		Skattetrekk (kroner)	Nettolønn
7	kr 56 000,00		kr 500,00	kr 55 500,00		kr 5 600,00	kr 50 400,00
8	kr 57 000,00		kr 1 000,00	kr 56 000,00		kr 5 700,00	kr 51 300,00
9	kr 58 000,00		kr 1 500,00	kr 56 500,00		kr 5 800,00	kr 52 200,00
10	kr 59 000,00		kr 2 000,00	kr 57 000,00		kr 5 900,00	kr 53 100,00
11	kr 60 000,00		kr 2 500,00	kr 57 500,00		kr 6 000,00	kr 54 000,00
12	kr 61 000,00		kr 3 000,00	kr 58 000,00		kr 6 100,00	kr 54 900,00
13	kr 62 000,00		kr 3 500,00	kr 58 500,00		kr 6 200,00	kr 55 800,00
14	kr 63 000,00		kr 4 000,00	kr 59 000,00		kr 6 300,00	kr 56 700,00
15	kr 64 000,00		kr 4 500,00	kr 59 500,00		kr 6 400,00	kr 57 600,00
16	kr 65 000,00		kr 5 000,00	kr 60 000,00		kr 6 500,00	kr 58 500,00
17	kr 66 000,00		kr 5 500,00	kr 60 500,00		kr 6 600,00	kr 59 400,00
18	kr 67 000,00		kr 6 000,00	kr 61 000,00		kr 6 700,00	kr 60 300,00
19	kr 68 000,00		kr 6 500,00	kr 61 500,00		kr 6 800,00	kr 61 200,00
20	kr 69 000,00		kr 7 000,00	kr 62 000,00		kr 6 900,00	kr 62 100,00
21	kr 70 000,00		kr 7 500,00	kr 62 500,00		kr 7 000,00	kr 63 000,00
22	kr 71 000,00		kr 8 000,00	kr 63 000,00		kr 7 100,00	kr 63 900,00
23	kr 72 000,00		kr 8 500,00	kr 63 500,00		kr 7 200,00	kr 64 800,00
24	kr 73 000,00		kr 9 000,00	kr 64 000,00		kr 7 300,00	kr 65 700,00
25	kr 74 000,00		kr 9 500,00	kr 64 500,00		kr 7 400,00	kr 66 600,00
26	kr 75 000,00		kr 10 000,00	kr 65 000,00		kr 7 500,00	kr 67 500,00

c)

Hvor mye må Per tjene for at de to alternativene skal gi nøyaktig like stort skattetrekk?

Løsningsforslag c)

Vi kan la inntekten til Per være x kr når de to alternativene gir like stort skattetrekk. Vi kan skrive skattetrekket når Per har frikort som

$$\left(x - 55\,000\right) \cdot \frac{1}{2}$$

og når Per har prosentkort som

$$\frac{x}{10}.$$

Siden skattetrekket skal være likt, kan vi skrive dette som likningen

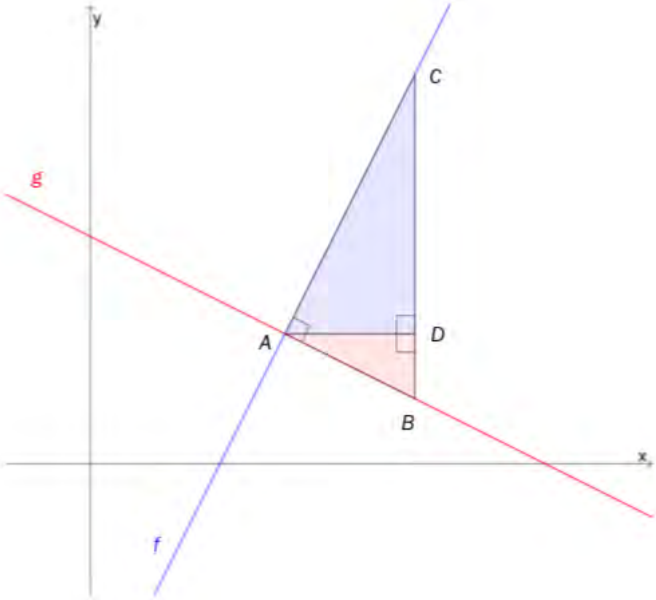
$(x - 55000) \cdot \frac{1}{2} = \frac{x}{10}$.

Nå kan vi løse denne likningen med hensyn på x:

$$\begin{aligned} \big(x - 55\,000\big) \cdot \tfrac{1}{2} &= \tfrac{x}{10} \\ 10 \cdot \big(x - 55\,000\big) \cdot \tfrac{1}{2} &= 10 \cdot \tfrac{x}{10} \\ 5(x - 55\,000) &= x \\ 4x &= 275\,000 \\ x &= 68750 \end{aligned}$$

Svar: Per må tjene 68750 kr for at de to alternativene gir samme skattetrekk.

Oppgave 10 (6 poeng) Nettkode: E-4TKI



Gitt figuren ovenfor.

- Den blå linjen er grafen til funksjonen f, og den røde linjen er grafen til funksjonen g.
- Linjene skjærer hverandre i punktet A.
- Punktet B ligger på grafen til g, og punktet C ligger på grafen til f.
- Punktet D ligger på BC, og BC er parallell med y-aksen.

a)

Forklar at $\triangle\ ADC$ og $\triangle\ ABD$ er formlike.

Løsningsforslag a)

Vi skal vise at $\triangle\ ADC$ og $\triangle\ ABD$ er formlike. Vi får oppgitt at $\angle ADC = \angle ADB = 90^\circ$. Siden vinkelsummen i en trekant er 180° betyr det at de gjenværende vinklene i de to trekantene må tilsammen være $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, altså at

$$\angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$$

og

$$\angle ACD + \angle CAD = 90^\circ.$$

Vi har også at

$$\angle BAC = \angle BAD + \angle CAD = 90^\circ.$$

Gjør vi litt om på disse uttrykkene kan vi se at vi har

$$\angle BAD = 90^\circ - \angle CAD$$

og

$$\angle ACD = 90^\circ - \angle CAD$$

som betyr at $\angle BAD = \angle ACD$. Da er to av vinklene parvis like, og da må også den tredje være lik.

Funksjonen f er gitt ved $f(x) = 2x - 4$ og $AD = 1$

b)
Vis at $BD = 0{,}5$

Løsningsforslag b)

Stigningstallet til en lineær funksjon forteller oss hvor mye grafen stiger eller synker når vi øker med en enhet på x-aksen. Når $AD = 1$ betyr det at CD må være lik stigningstallet til funksjonen f, altså har vi at $CD = 2$.
AD er en side i både $\triangle\ ADC$ og $\triangle\ ABD$, og vi kjenner nå også CD. I to formlike trekanter er forholdet mellom to samsvarende sider konstant. AD og CD er samsvarende sider og BD og AD er samsvarende sider. Det betyr at

$$\frac{AD}{CD} = \frac{BD}{AD}$$

Setter vi inn for AD og CD får vi at

$$\begin{aligned} \tfrac{BD}{1} &= \tfrac{1}{2} \\ BD &= 0,5 \end{aligned}$$

som var det vi ville vise.

Funksjonen g er gitt ved $f(x) = ax + b$ og $g\,(0) = 3{,}5$

c)
Bestem a og b.

Løsningsforslag c)

Funksjonen g er gitt ved $g(x) = ax + b$, der a er stigningstallet til funksjonen og b er punktet grafen krysser x-aksen. Grafen til g vil krysse y-aksen i punktet $(x,\ g\,(x))$ der $x = 0$. Siden $g(0) = 3,5$ har vi at grafen vil krysse y-aksen i $b = 3,5$.

Stigningstallet forteller oss hvor mye grafen stiger eller synker når vi øker med en enhet på x-aksen. Når $AD = 1$ betyr det at lengden til BD må være lik stigningstallet til g. Siden g er avtangende, betyr det at $a = -0,5$, og $g(x) = -0,5x + 3,5$.

Svar:$a = -0,5$ og $b = 3,5$.