



www.matematikk.org

Eksamensoppgavesettet er utarbeidet av Utdanningsdirektoratet. Avvik fra det originale eksamenssettet er eventuelle spesifiseringer og illustrasjoner. Løsningsforslagene i sin helhet er utarbeidet av matematikk.org.

Nettkoden som står til høyre for oppgavetittelen brukes i søkefeltet på www.matematikk.org for å åpne oppgaven og se utfyllende løsningsforslag.

Våre samarbeidspartnere:



REA3024 2015 Vår



Eksamenstid:

5 timer:

Del 1 skal leveres inn etter 3 timer.

Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.

Hjelpemidler:

Del 1:

Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.

Del 2:

Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Framgangsmåte:

Del 1 har 9 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver.

Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling.

Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.

Veiledning om vurderingen:

Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du

- viser regneferdigheter og matematisk forståelse
- gjennomfører logiske resonnementer
- ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner
- kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler
- forklarer framgangsmåter og begrunner svar
- skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger
- vurderer om svar er rimelige

Andre opplysninger:

Kilder for bilder, tegninger osv.:

- London Eye, en.wikipedia.org, www.saylor.org (01.12.2014)
- Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet



DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng) [Nettkode: E-4DNB](#)

Deriver funksjonene

a)

$$f(x) = -3 \cos x$$

b)

$$g(x) = \sin^2 x$$

c)

$$h(x) = x^3 \cdot e^{-x}$$

Oppgave 2 (5 poeng) [Nettkode: E-4DNF](#)

Regn ut integralene

a)

$$\int_1^2 (x^2 + 2x - 3) dx$$

b)

$$\int \frac{3x}{x^2 - x - 2} dx$$

c)

$$\int x \cdot \ln x dx$$

Oppgave 3 (4 poeng) [Nettkode: E-4DNJ](#)

a)

Bruk en integrasjonsmetode til å vise at $\int x \cdot e^{x^2} dx = \frac{1}{2} e^{x^2} + C$

b)

Løs differensiallikningen

$$y' + 2xy = 4x, \quad y(0) = 8$$



Oppgave 4 (3 poeng) Nettkode: E-4DNS

En uendelig geometrisk rekke er gitt ved

$$S(x) = 2 + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{2}{x^3} + \dots, \quad x \neq 0$$

a)

Bestem konvergensområdet til rekken.

b)

Bestem x slik at $S(x) = 4$

Oppgave 5 (6 poeng) Nettkode: E-4DO2

Punktene $A(3, 0, 0)$, $B(0, 4, 0)$ og $C(0, 0, 1)$ er gitt.

a)

Bestem $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$. Bestem arealet av $\triangle ABC$.

b)

Punktene A , B og C ligger i et plan α . Bestem likningen for planet α .

c)

En partikkel starter i origo $O(0, 0, 0)$. Etter tiden t er partikkelen i et punkt P gitt ved

$$\overrightarrow{OP} = \left[t, \frac{t^2}{3}, -\frac{t}{4} \right], \quad t \geq 0$$

Hvor lang tid tar det før partikkelen treffer planet α ? Bestem koordinatene til punktet der partikkelen treffer α .

Oppgave 6 (2 poeng) Nettkode: E-4DO7

En tallfølge $\{a_n\}$ er gitt ved at $a_1 = -1$ og $a_{n+1} = a_n + n - 1$

Bruk induksjon til å bevise at $a_n = \frac{n(n-3)}{2}$, $n \in \mathbb{N}$



Oppgave 7 (6 poeng) Nettkode: E-4DRB

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 3 - 3 \cos(1 - x^2), \quad x \in \left\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$

a)

Bestem nullpunktene til f ved regning.

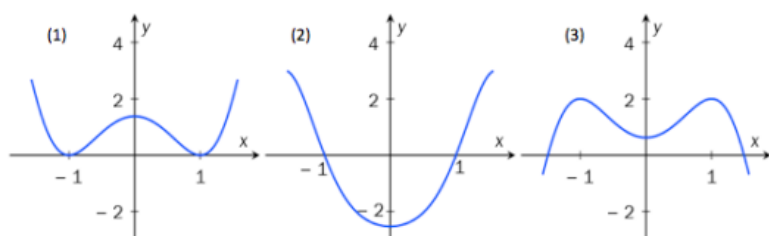
b)

Bruk $f'(x)$ til å bestemme x -verdien til eventuelle topp- eller bunnpunkter på grafen til f .

c)

Nedenfor er det tegnet tre grafer. Én av dem er grafen til f . Avgjør hvilken.

Begrunn svaret.



Oppgave 8 (4 poeng) Nettkode: E-4DRF

En trigonometrisk formel er gitt ved

$$\cos(u + v) = \cos u \cdot \cos v - \sin u \cdot \sin v$$

a)

Bruk formelen til å bestemme et uttrykk for $\cos(2x)$.

b)

Skriv uttrykket $\cos^4 x - \sin^4 x$ så enkelt som mulig.

Oppgave 9 (2 poeng) Nettkode: E-4DRI

Løs likningen

$$\sin x + \cos x = 1, \quad x \in [0, 2\pi]$$



DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng) [Nettkode: E-4DRK](#)

Roger planlegger en sykkeltur. Han regner med å kunne starte med farten 26 km/h. Etter hvert vil farten avta etter formelen

$$v(t) = 26 - 0,08 \cdot s(t)$$

- $v(t)$ og $s(t)$ er begge funksjoner som er avhengige av tiden t målt i timer
- $v(t)$ er farten målt i kilometer per time
- $s(t)$ er den tilbakelagte veilengden målt i kilometer

a)

Bestem farten etter 125 km.

b)

Formelen ovenfor kan vi skrive som differensiallikningen

$$s'(t) = 26 - 0,08 \cdot s(t)$$

Bestem $s(t)$ når $s(0) = 0$.

c)

Hvor langt sykler Roger den første timen? Hvor lang tid bruker han på 125 km?

Oppgave 2 (6 poeng) [Nettkode: E-4DRO](#)

Hjørnene i en pyramide $ABCP$ er $A(0, 0, 0)$, $B(1, 0, -1)$, $C(1, 1, 0)$ og $P(t, 2t + 1, t^2 + 2)$, $t \in \mathbb{R}$.

a)

Bestem et uttrykk for volumet $V(t)$ av pyramiden.

b)

Bestem koordinatene til P slik at $V(t) = \frac{7}{2}$.

c)

Bestem koordinatene til P slik at volumet $V(t)$ blir minst mulig.



Oppgave 3 (6 poeng) Nettkode: E-4DRT



London Eye er et pariserhjul med diameter lik 135 m. En runde tar 30 min. Passasjerene går ombord i pariserhjulet fra en plattform som ligger 2 m over bakkenivå.

Etter t min fra ombordstigning er en passasjer $h(t)$ m over bakkenivå. Det kan vises at

$$h(t) = -67,5 \cos\left(\frac{\pi}{15}t\right) + 69,5$$

a)

Bruk graftegner til å tegne grafen til h for $t \in [0, 30]$. Bestem grafisk når passasjerer er 50 m over bakkenivå.

b)

Bestem vendepunktene på grafen til h .

Forklar hvilken praktisk informasjon verdiene av $h'(7,5)$ og $h'(22,5)$ gir.



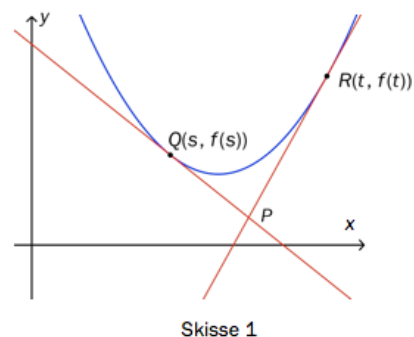
Oppgave 4 (6 poeng) Nettkode: E-4DS9

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + ax + b, \quad D_f = \mathbb{R}$$

Tangentene i punktene $Q(s, f(s))$ og $R(t, f(t))$ skjærer hverandre i et punkt P .

Se skisse 1.



a)

Vis at likningene for de to tangentene er

$$g(x) = (a + 2s)x + b - s^2 \quad \text{og} \quad h(x) = (a + 2t)x + b - t^2$$

b)

Bruk CAS til å vise at x -koordinaten til punktet P er gitt ved $x_P = \frac{s+t}{2}$.

c)

Den vertikale linjen $x = x_P$ deler området mellom grafen og tangentene i to områder.

Se skisse 2.

Bruk CAS til å vise at arealene av de to områdene er like store for alle verdier av a og b .

