



www.matematikk.org

Eksamensoppgavesettet er utarbeidet av Utdanningsdirektoratet. Avvik fra det originale eksamenssettet er eventuelle spesifiseringer og illustrasjoner. Løsningsforslagene i sin helhet er utarbeidet av matematikk.org.

Nettkoden som står til høyre for oppgavetittelen brukes i søkefeltet på www.matematikk.org for å åpne oppgaven og se utfyllende løsningsforslag.

Våre samarbeidspartnere:



REA3022 2013 Høst



Eksamenstid:

5 timer:

Del 1 skal leveres inn etter 2 timer.

Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.

Hjelpemidler:

Del 1:

Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.

Del 2:

Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Framgangsmåte:

Du skal svare på alle oppgavene i Del 1 og Del 2.

Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte.

Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.

Veiledning om vurderingen:

Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du

- viser regneferdigheter og matematisk forståelse
- gjennomfører logiske resonnementer
- ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner
- kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler
- vurderer om svar er rimelige
- forklarer framgangsmåter og begrunner svar
- skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

Andre opplysninger:

Kilder for bilder, tegninger osv.

- Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet



DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng) [Nettkode: E-4CVE](#)

Deriver funksjonene

a)

$$f(x) = 2 \cdot e^{3x}$$

b)

$$g(x) = 2x \cdot \ln(3x)$$

c)

$$h(x) = \frac{2x-1}{x+1}$$

Oppgave 2 (3 poeng) [Nettkode: E-4CVI](#)

Polynomfunksjonen P er gitt ved

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

a)

Vis at divisjonen $P(x) : (x - 1)$ går opp, uten å utføre divisjonen.

b)

Utfør polynomdivisjonen og løs ulikheten $P(x) \geq 0$.

Oppgave 3 (2 poeng) [Nettkode: E-4CVL](#)

I $\triangle ABC$ er $AB = 10,0$ cm og $\angle C = 90^\circ$. Høyden h fra C til AB er 4,0 cm.

Konstruer $\triangle ABC$ gitt at BC er den lengste kateten. Forklar hva du har gjort.

Oppgave 4 (2 poeng) [Nettkode: E-4CVN](#)

En elev skulle løse en likning og begynte slik:

$$2^{3x-1} = 2^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2$$

$$2^{3x-1} = 4 \cdot 2^2$$

Fullfør løsningen av likningen.



Oppgave 5 (4 poeng) Nettkode: E-4CVP

Vi har gitt vektorene $\vec{a} = [1, 3]$, $\vec{b} = [3, 2]$ og $\vec{c} = [-1, 2]$.

a)

Tegn vektorene $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b}$ og $\vec{v} = \vec{b} - 2\vec{c}$ i et koordinatsystem.

b)

Avgjør ved regning om $\vec{u} \perp \vec{v}$.

Oppgave 6 (5 poeng) Nettkode: E-4CVS

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2, \quad D_f \in \mathbb{R}$$

a)

Bestem $f'(x)$ og $f''(x)$.

b)

Bestem koordinatene til eventuelle topp-, bunn- og vendepunkter på grafen til f .

c)

Lag en skisse av grafen til f . Bruk denne til å avgjøre for hvilke x -verdier $f'(x) > 0$ og samtidig $f''(x) < 0$.

Oppgave 7 (3 poeng) Nettkode: E-4CVW

To sirkler S_1 og S_2 er gitt ved

$$S_1 : x^2 + y^2 = 25$$

$$S_2 : (x - a)^2 + y^2 = 9$$

a)

Tegn sirklene i et koordinatsystem når $a = 6$.

b)

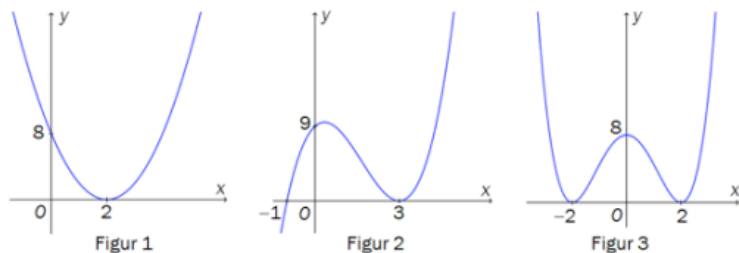
For hvilke verdier av a vil sirklene tangere hverandre?



DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng) Nettkode: E-4CW0

Når grafen til en polynomfunksjon tangerer x -aksen i $x = a$, har funksjonen minst to like (sammenfallende) nullpunkter i $x = a$.



a)

Grafen til en andregradsfunksjon f er vist på figur 1. Grafen tangerer x -aksen i $x = 2$.

Forklar at $f(x) = 2 \cdot (x - 2)^2$

b)

Grafen til en tredjegradsfunksjon g er vist på figur 2. Grafen tangerer x -aksen i $x = 3$.

Forklar at funksjonsuttrykket til g kan skrives på formen $g(x) = k \cdot (x - 3)^2 \cdot (x + 1)$

Bestem k .

c)

Grafen til en fjerdegradsfunksjon h er vist på figur 3. Grafen tangerer x -aksen i $x = -2$ og i $x = 2$.

Bestem funksjonsuttrykket $h(x)$.



Oppgave 2 (4 poeng) Nettkode: E-4CW4

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \frac{2x-1}{x+1}, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

a)

Bestem asymptotene til f . Tegn grafen til f med asymptoter.

b)

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = x - 1, \quad D_g = \mathbb{R}$$

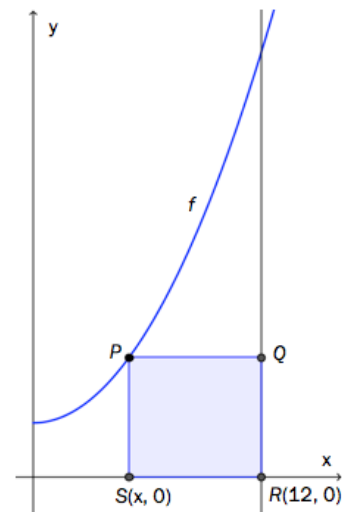
Bestem skjæringspunktene mellom grafene til f og g ved regning.

Oppgave 3 (6 poeng) Nettkode: E-4CW8

Figuren til høyre viser grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x) = x^2 + 21, \quad x \in \langle 0, \infty \rangle$$

Rektangelet $PSRQ$ lages slik at P ligger på grafen til f , punktene S og R ligger på x -aksen, og R og Q har førstekoordinat $x = 12$. Punktet S ligger mellom origo og R .



a)

Forklar at arealet av rektangelet $PSRQ$ kan skrives som

$$A(x) = -x^3 + 12x^2 - 21x + 252, \quad x \in \langle 0, 12 \rangle$$

b)

Bestem $A'(x)$ og bruk denne til å bestemme største og minste verdi som arealet av rektangelet kan ha.

c)

Tegn grafen til A , og kontroller om svarene dine fra oppgave b) stemmer.

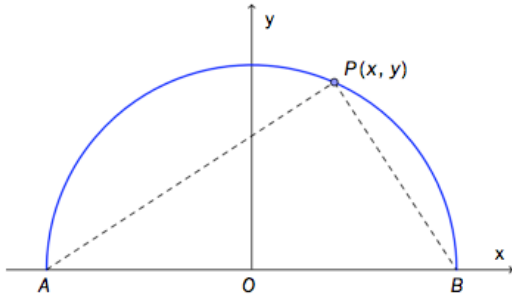


Oppgave 4 (4 poeng) Nettkode: E-4CWD

En sirkel med radius r og sentrum i origo er gitt ved

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Punktet $P(x, y)$ er et vilkårlig punkt på den øvre halvsirkelen. Se skissen nedenfor.



a)

Bestem koordinatene til punktene A og B uttrykt ved r .

Bestem vektorkoordinatene til $\overrightarrow{PA}$ og $\overrightarrow{PB}$.

b)

Vis ved vektorregning at $\angle APB = 90^\circ$.

Oppgave 5 (6 poeng) Nettkode: E-4CWG

Ved en videregående skole skal elevene velge fag. Hendelsene M og F definerer vi slik:

M : Eleven velger matematikk.

F : Eleven velger fysikk.

Vi får opplyst at $P(M) = 0,64$, $P(F) = 0,32$ og $P(\overline{M \cup F}) = 0,30$.

a)

Bestem $P(M \cap F)$ og $P(M \cap \overline{F})$.

b)

Bestem $P(F|M)$. Undersøk om hendelsene M og F er uavhengige.

c)

Bruk Bayes' setning til å bestemme $P(M|F)$.



Oppgave 6 (8 poeng) Nettkode: E-4CWK

I et koordinatsystem har vi gitt punktene $A(-3, -3)$, $B(3, 1)$ og $D(-2, 2)$.

a)

Bestem $\angle BAD$ og arealet av $\triangle ABD$.

b)

Et punkt C er gitt ved at $DC \parallel AB$ og $\angle ABC = 90^\circ$.

Bestem ved regning koordinatene til C .

c)

En parameterframstilling for linjen l som går gjennom C og D , er gitt ved

$$l: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$$

Et punkt E har koordinatene $(s, 2s - 2)$.

Bestem ved regning en verdi for s slik at E ligger på l .

d)

Bestem koordinatene til punktet E når $|\overrightarrow{AE}| = |\overrightarrow{BE}|$.

Oppgave 7 (2 poeng) Nettkode: E-4CWP

Løs likningen med hensyn på x

$$n^2 \cdot \left(\frac{x}{n}\right)^{\lg(x)-2} = x^2, \quad x > 0 \wedge n > 0$$

