MAT0010 2013 VÅR

Eksamenstid:
5 timer totalt:
Del 1 og Del 2 skal deles ut samtidig.
Del 1 skal du levere innen 2 timer.
Del 2 skal du levere innen 5 timer.

Hjelpemidler på Del 1:
Ingen hjelpemidler er tillatt, bortsett fra vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.

Framgangsmåte og forklaring:
Del 1 har 17 oppgaver. Du skal svare på alle oppgavene.

Skriv med penn når du krysser av eller fører inn svar i Del 1.

I regneruter skal du vise hvordan du kommer fram til svaret.

Ved konstruksjon skal du bruke passer, linjal og blyant.

Du skal ikke kladde på oppgavearkene. Bruk egne kladdeark.

På flervalgsoppgavene setter du bare ett kryss per spørsmål.

Del 2 har 10 oppgaver. Du skal svare på alle oppgavene.

Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Vis hvordan du har kommet fram til svarene. Før inn nødvendige mellomregninger. Skriv med penn.

I regnearkoppgaver skal du ta utskrift av det ferdige regnearket. Husk å vise hvilke formler du har brukt i regnearket.
Du skal levere utskriften sammen med resten av besvarelsen.

Dersom du bruker en digital graftegner, skal skala og navn på aksene være med på utskriften.

Eksempel:
Uttrykket $3 \cdot (1+2\cdot 2)^2$ har verdien

35	50	62	75
○	○	○	⊗

Veiledning om vurderingen:
Den høyeste poengsummen i Del 1 er 24 og poengsum i Del 2 er høyst 36, men den er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering på grunnlag av Del 1 og Del 2. Sensor vurderer i hvilken grad du

- viser regneferdigheter og matematisk forståelse
- gjennomfører logiske resonnementer ser sammenhenger i faget, er kreativ og kan anvende fagkunnskap i nye situasjoner

- kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler
- vurderer om svar er rimelige
- forklarer framgangsmåter og begrunner svar
- skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng) Nettkode: E-4G6A

Regn ut

a)
$1292 + 576 =$

Løsningsforslag a)

Vi setter opp regnestykket:

$$\begin{array}{r} 1292 \\ +\ \ 576 \\ \hline = \qquad \\ \hline \end{array}$$

Vi starter med enerplassen. Summen av 2 og 6 er 8, så vi setter 8 på enerplassen:

$$\begin{array}{r} 1292 \\ +\ \ 576 \\ \hline = \quad\ 8 \\ \hline \end{array}$$

Vi gjør det samme på tierplassen. Summen av 9 og 7 er 16, så vi setter 6 på tierplassen, og flytter 1 opp til hundrerne:

$$\begin{array}{r} {}^{1}\ \ \ \\ 1292 \\ +\ \ 576 \\ \hline = \quad 68 \\ \hline \end{array}$$

Vi legger sammen 1, 2 og 5 på hundrerplassen skriver 8 og skriver 1 tusenplassen:

$$\begin{array}{r} {}^{1}\ \ \ \\ 1292 \\ +\ \ 576 \\ \hline =1868 \\ \hline \end{array}$$

Svar: $\underline{\underline{1868}}$

b)
$954 - 428 =$

Løsningsforslag b)

Vi setter opp regnestykket:

$$\begin{array}{r} 954 \\ -\ 428 \\ \hline = \quad\quad \\ \hline \end{array}$$

Vi begynner med enerplassen. 8 er større enn 4, så vi veksler inn en tier i ti enere (derfor må vi trekke fra en tier fra tierplassen). Da får vi $14-8=6$. Vi setter 6 på enerplassen:

$$\begin{array}{rrrr} & & {\scriptstyle -1} & \\ & 9 & 5 & 4 \\ - & 4 & 2 & 8 \\ \hline = & & & 6 \\ \hline \end{array}$$

Vi valgte å skrive -1 når vi låner en tier fra tierplassen. Men du kan også stryke over 5 og skrive 4. Regnestykket blir det samme. For å finne ut hva som skal stå på tierplassen, regner vi ut $-1+5-2=4-2=2$. Vi regner ut på tilsvarende måte hva som skal stå på hundrerplassen og får:

$$\begin{array}{rrrr} & & {\scriptstyle -1} & \\ & 9 & 5 & 4 \\ - & 4 & 2 & 8 \\ \hline = & 5 & 2 & 6 \\ \hline \end{array}$$

Svar: $\underline{\underline{526}}$

c)
$4{,}3 \cdot 7{,}5 =$

Løsningsforslag c)

Vi setter opp regnestykket:

$4{,}3 \cdot 7{,}5 =$

Vi multipliserer ett og ett siffer fra faktoren til høyre inn i faktoren til venstre. Vi begynner med å multiplisere inn 5, men lar foreløpig vær å skrive komma i mellomsvaret:

$$\begin{array}{l} \quad 4,3 \cdot 7,5 = \\ \hline 2\ 1\ 5 \end{array}$$

Nå multipliserer vi 7 med faktoren til venstre. Setter en 0 under sifferet lengst til høyre, for å markere at vi har flyttet oss fra tiendedelsplassen til enerplassen:

$$
\begin{array}{r}
4,3 \cdot 7,5 = \\
\hline
2\,1\,5 \quad\quad \\
+3\,0\,1\,0 \quad\quad \\
\hline
\\
\hline
\end{array}
$$

Nå legger vi sammen tallene. Antall desimaler i resultatet skal være lik summen av antall desimaler i faktorene. Det er en desimal i første faktor og en desimal i andre faktor, og derfor skal resultatet ha to desimaler.

$$
\begin{array}{r}
4,3 \cdot 7,5 = 32,25 \\
\hline
2\,1\,5 \quad\quad\quad\quad \\
+3\,0\,1\,0 \quad\quad\quad\quad \\
\hline
3\,2\,2\,5 \quad\quad\quad\quad \\
\hline
\end{array}
$$

Svar: $\underline{\underline{32,25}}$

d)
$1206 : 3 =$

Løsningsforslag d)

Vi setter opp regnestykket:

$1206 : 3 =$

Vi ser på sifrene i dividenden. Vi kan ikke dividere 1 med 3, så vi tar med oss neste siffer og regner ut $12 : 3 = 4$. Vi skriver 4 i resultatet, og trekker fra 12:

$$
\begin{array}{l}
\ \ 1\,206 : 3 = 4 \\
-1\,2\downarrow \\
\hline
\ \ \ \ 0\,0
\end{array}
$$

Vi ser at $0 \cdot 3 = 0$, så vi setter 0 i resultatet. Vi trekker ned 6 og regner ut $6 : 3 = 2$

$$
\begin{array}{l}
\ \ 1\,206 : 3 = 402 \\
-1\,2\downarrow \\
\hline
\ \ \ \ 0\,0\downarrow \\
\hline
\ \ \ \ \ \ \ 6 \\
-\ \ \ \ \ 6 \\
\hline
\ \ \ \ \ \ \ 0 \\
\hline
\end{array}
$$

Svar: $\underline{\underline{402}}$

ALTERNATIV LØSNING

Vi kan skrive divisjonsstykket som en brøk:

$\frac{1206}{3}$

Nevneren er et primtall. Vi faktoriserer telleren, det vil si at vi skriver telleren som produkt av primtall:

$\frac{1206}{3} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 67}{3}$

Vi forkorter brøken med fellesfaktoren 3 og får at:

$\frac{1206}{3} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 67}{3} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 67}{1} = 2 \cdot 3 \cdot 67 = 402$

Legg merke til at vi ikke hadde trengt å primtallsfaktorisere 402.

Oppgave 2 (2 poeng) Nettkode: E-4AS8

Gjør om

a)
$218 \text{ min} = $ _____ h _____ min

Løsningsforslag a)

I 1 time er det 60 min. Da er 1 min det samme som $\frac{1}{60}$ h. Vi dividerer 218 min med 60:

$$\begin{array}{rl} & 218:60=3 \\ - & 180 \\ \hline & 38 \end{array}$$

Svaret blir 3, med 38 som rest. 218 min er det samme som:

$$3\text{h } 38\text{min}$$

Svar: $\underline{\underline{218 \text{ min er } 3 \text{ h } 38 \text{ min}}}$.

ALTERNATIV LØSNING

Vi dividerer 218 min med 60 for å finne ut hvor mange hele timer det er i 218 min. Vi skriver opp stykket, faktoriserer og fortkorter fellesfaktorer:

$\frac{218}{60} = \frac{2 \cdot 109}{2 \cdot 30} = \frac{109}{30}$

Vi setter opp divisjonsstykket:

$$\begin{array}{rl} & 109:30=3 \\ - & 90 \\ \hline & 19 \end{array}$$

Resultatet er 3 med 19 som rest. Det er 3 hele timer i 218 min. Vi finner resten i minutter ved å trekke fra 3 timer fra 218 min:

$$218\text{min} - 3\text{h} = 218\text{min} - 3 \cdot 60\text{min} = 218\text{min} - 180\text{min} = 38\text{min}$$

Resten er 38 min, så resultatet er 3 h og 38 min.

b)

$8 \text{ hg} \;=$ ____ kg

Løsningsforslag b)

Vi skal gjøre om 8 hg til kg. Vi vet at 10 hg er 1 kg. Da er 1 hg det samme som $0,1$ kg. Vi gjør om:

$$8\text{hg} = 8 \cdot 0,1\text{kg} = 0,8\text{kg}$$

Svar: $\underline{\underline{8 \text{ hg er } 0{,}8 \text{ kg}}}$.

c)

$4500 \text{ mm} \;=$ ____ m

Løsningsforslag c)

1000 mm er 1 m. Derfor er 1 mm det samme som $0,001$ m.

Vi gjør om:

$$4500\text{mm} = 4500 \cdot 0,001\text{m} = 4,5\text{m}$$

Svar: $\underline{\underline{4500 \text{ mm er } 4{,}5 \text{ m}}}$.

d)

$50 \text{ dm}^2 \;=$ ____ m^2

Løsningsforslag d)

Vi ser for oss at én kvadratdesimeter 1 dm^2 er en kvadratisk overflate hvor begge sidene er 1 dm lange. Arealet er:

$$1\text{dm} \cdot 1\text{dm} = 1\text{dm}^2$$

10 dm er 1 m, så 1 dm er $0,1$ m. Gjør vi om til meter, er hver av sidene i kvadratet $0,1$ m lange:

$$1\text{dm}^2 = 0,1\text{m} \cdot 0,1\text{m} = 0,01\text{m}^2$$

Vi gjør om:

$$50\text{dm}^2 = 50 \cdot 0,01\text{m}^2 = 0,5\text{m}^2$$

Svar: $\underline{\underline{50 \text{ dm}^2 \text{ er } 0{,}5 \text{ m}^2}}$.

Oppgave 3 (1 poeng) Nettkode: E-4ASD

Regn ut

a)
$(4-2)^2 + 2^3 =$

Løsningsforslag a)

Vi skal regne ut uttrykket

$$(4-2)^2 + 2^3$$

Ifølge regelen for regnerekkefølgen må vi regne ut det som står inne i parentesen først. Vi skriver ut stykket $4-2=2$, og setter det inn:

$$2^2 + 2^3$$

En potens er grunntallet multiplisert med seg selv så mange ganger som eksponenten tilsier. For eksempel er 4^3 det samme som

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$$

Vi regner ut potensene:

$$2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 2 = 4 + 8 = 12$$

Svar: $\underline{\underline{12}}$

b)
$\frac{-2^2 \cdot (-2) \cdot 2^0}{2^2} =$

Løsningsforslag b)

Vi skal regne ut uttrykket

$$\frac{-2^2 \cdot (-2) \cdot 2^0}{2^2}$$

Vi bruker regneregler for potenser. En regel sier at alle tall opphøyd i null er lik 1:

$$A^0 = 1$$

Vi bruker regelen for tall opphøyd i null til å bli kvitt eksponenten til potensen til høyre:

$$\frac{-2^2 \cdot (-2) \cdot 2^0}{2^2}$$

$$= \frac{-2^2 \cdot (-2) \cdot 1}{2^2}$$

$$= \frac{-2^2 \cdot (-2)}{2^2}$$

Vi skriver ut potensene. Legg merke til at minustegnet er *utenfor* potensen i leddet lengst til venstre, slik at vi skriver det ut som

$$= \frac{-(2 \cdot 2) \cdot (-2)}{2 \cdot 2} = \frac{(-4) \cdot (-2)}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

Legg merke til at vi kunne ha ha fortkortet fellesfaktoren 4 slik at

$= \frac{(-4)\cdot(-2)}{4} = \frac{(-1)\cdot(-2)}{1} = 2\,.$

Svar: $\underline{\underline{2}}$

Oppgave 4 (2 poeng) Nettkode: E-4ASG

Regn ut, og forkort brøken hvis mulig

a)
$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$

Løsningsforslag a)

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$$

Vi skriver felles brøkstrek og adderer tellerne:

$$\frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$$

Dette kan vi ikke forkorte videre.

Svar: $\underline{\underline{\frac{3}{4}}}$

b)
$\frac{2}{3} - \frac{1}{2} =$

Løsningsforslag b)

Brøkene har forskjellig nevner:

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$$

2 er ikke en faktor i 3, og 3 er ikke en faktor i 2, så ingen av nevnerne er fellesnevner. Vi multipliserer nevnerne, og får fellesnevner $2 \cdot 3 = 6$. Vi multipliserer teller og nevner med samme tall for å utvide brøkene:

$$\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6}$$

Vi skriver felles brøkstrek og subtraherer tellerne:

$$\frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}$$

Vi kan ikke forkorte brøken videre.

Svar: $\underline{\underline{\frac{1}{6}}}$

c)

$\frac{2}{3} \cdot 12 =$

Løsningsforslag c)

Vi skriver opp stykket

$$\frac{2}{3} \cdot 12$$

Telleren multipliseres med tallet, og vi faktoriserer telleren:

$$\frac{2 \cdot 12}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}{3}$$

Vi fortkorter bort fellesfaktorer:

$$\frac{2 \cdot 12}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{1} = 8$$

Svar: $\underline{\underline{8}}$

d)

$\frac{4}{3} : \frac{2}{3} =$

Løsningsforslag d)

Vi snur brøken til høyre opp ned, og endrer divisjonstegnet til multiplikasjonstegn:

$$\frac{4}{3} : \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2}$$

Når vi multipliserer brøker, multipliserer vi teller med teller og nevner med nevner:

$$\frac{4 \cdot 3}{3 \cdot 2}$$

Vi faktoriserer teller og nevner, og fortkorter bort fellesfaktorer:

$$\frac{4 \cdot 3}{3 \cdot 2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{3 \cdot 2} = \frac{2}{1} = 2$$

Svar: $\underline{\underline{2}}$

Oppgave 5 (1,5 poeng) Nettkode: E-4ASL

Løs likningene

a)
$4x - 1 = 3x$

Løs oppgaven her

Løsningsforslag a)

Vi har likningen:

$$4x - 1 = 3x$$

Vi trekker fra $3x$ på begge sider av likhetstegnet:

$$4x - 1 - 3x = 3x - 3x$$
$$x - 1 = 0$$

Vi adderer 1 på begge sider av likhetstegnet:

$$x - 1 + 1 = 1$$
$$x = 1$$

Svar: $\underline{\underline{x = 1}}$

b)
$\frac{4}{5}\left(x - 1\right) = 1 + \frac{x}{2}$

Løs oppgaven her

Løsningsforslag b)

Vi har likningen:

$$\frac{4}{5}\left(x - 1\right) = 1 + \frac{x}{2}$$

Det er enklere å arbeide med en likning uten brøk. Vi multipliserer med 2 på begge sider (for å forkorte nevneren):

$$2 \cdot \frac{4}{5}\left(x-1\right) = 1 \cdot 2 + \frac{x}{2} \cdot 2$$

$$\frac{8}{5}\left(x-1\right) = 2 + x$$

Vi multipliserer med 5 på begge sider av likhetstegnet (for å forkorte nevneren på venstresiden):

$$5 \cdot \frac{8}{5}\left(x-1\right) = 2 \cdot 5 + x \cdot 5$$

$$8(x-1) = 10 + 5x$$

Parentesen må multipliseres ut. Når et tall multipliseres med en parentes, må *alle* ledd i parentesen multipliseres med dette tallet:

$$8 \cdot x - 8 \cdot 1 = 10 + 5x$$

$$8x - 8 = 10 + 5x$$

Vi trekker fra $5x$ på begge sider av likhetstegnet:

$$8x - 8 - 5x = 10 + 5x - 5x$$

$$3x - 8 = 10$$

Vi adderer 8 på begge sider av likhetstegnet:

$$3x - 8 + 8 = 10 + 8$$

$$3x = 18$$

Vi dividerer med 3 på begge sider av likhetstegnet:

$$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$$

$$\frac{x}{1} = \frac{18}{3}$$

$$x = 6$$

Svar: $\underline{\underline{x = 6}}$

Oppgave 6 (1 poeng) Nettkode: E-4ASQ

14,90 kroner per flaske 48,20 kroner per kilogram

Omtrent hvor mye må du betale for 6 flasker vann og 2 kg druer?

Løs oppgaven her

Løsningsforslag

1 flaske vann koster $14,90$ kr per flaske, og druer koster $48,20$ kr per kg. Vi runder av prisene:

$14,90 \simeq 15$

$$48,20 \simeq 50$$

Vi kjøper 6 flasker vann og 2 kg druer:

$6 \text{ flasker vann} \quad + 2 \text{ kg druer}$

6 flasker vann koster:

$$6 \cdot 15 = 90$$

2 kg druer koster:

$$2 \cdot 50 = 100$$

Vi adderer prisene:

$90 \text{ kr} + 100 \text{ kr} = 190 \text{ kr}$

Svar: $\underline{\underline{\text{6 flasker vann og 2 kg druer koster omtrent 190 kr}}}$

Oppgave 7 (0,5 poeng) Nettkode: E-4AX4

Prisen for et lesebrett er satt ned med $25\,\%$ og koster nå $3\,000$ kr.

Før prisen ble satt ned, kostet lesebrettet

- ☐ $2\,250$ kroner
- ☐ $3\,750$ kroner
- ☐ $4\,000$ kroner
- ☐ $5\,000$ kroner

Løsningsforslag

Prisen er satt ned med 25%. Det betyr at den nye prisen er

$$100\% - 25\% = 75\%$$

av den originale prisen. Den nye prisen er 3000 kr. Vi setter opp en likning med x som ukjent der x er den originale prisen. 75% er det samme som $\frac{3}{4}$, så 3000 er $\frac{3}{4}$ av x:

$$\frac{3}{4} \cdot x = 3000$$

Vi multipliserer med 4 og dividerer med 3 på begge sider av likhetstegnet:

$\frac{3}{4} \cdot x \cdot \frac{4}{3} = 3000 \cdot \frac{4}{3}$

$x = \frac{4 \cdot 3000}{3}$

$x = \frac{4 \cdot 1000 \cdot 3}{3}$

$x = 4000$.

Svar: Før prisen ble satt ned, kostet lesebrettet 4000 kr (alternativ 3).

ALTERNATIV LØSNING

75% av prisen er 3000 kr. Da er:

$25\% = \frac{75\%}{3} = \frac{3000}{3}\ \text{kr} \quad = 1000\ \text{kr}$

Vi finner den originale prisen ved å multiplisere med 4:

$100\% = 4 \cdot 75\% = 4 \cdot 1000\ \text{kr} = 4000\ \text{kr}$

Oppgave 8 (1 poeng) Nettkode: E-4AXC

På en matematikkprøve fikk 10 elever disse karakterene:

Karakter	1	2	3	4	5	6
Frekvens (antall)	1	0	1	3	3	2

a)
Summen av alle karakterene for de 10 elevene ble _____

Løsningsforslag a)

Vi multipliserer hver karakter med antallet elever som fikk den karakteren:

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 2$$
$$= 1 + 3 + 12 + 15 + 12 = 43$$

Svar: Summen av karakterne er 43.

b)
Gjennomsnittskarakteren for de 10 elevene ble _____

Løsningsforslag b)

Fra oppgave a) vet vi at summen av karakterene ble 43. Det var 10 elever. Gjennomsnittskarakteren ble:

$$\frac{43}{10} = 4,3$$

Svar: Gjennomsnittskarakteren ble 4,3.

Oppgave 9 (1,5 poeng) Nettkode: E-4AYR

Skriv så enkelt som mulig

a)
$a - (a - 2a)$

Løs oppgaven her

Løsningsforslag a)

Vi skal forenkle uttrykket

$$a - (a - 2a)$$

Regnerekkefølgen sier at vi alltid skal regne ut det som står i parentesen først:

$$= a - (-a)$$

Vi løser opp parentesen:

$$= a + a = 2a$$

Svar: Vi forenkler til $2a$.

b)
$\frac{x^2y^2 + xy^2}{xy^2}$

Løs oppgaven her

Løsningsforslag b)

Vi skal forenkle uttrykket

$$\frac{x^2y^2 + xy^2}{xy^2}$$

Leddene i telleren har en fellesfaktor xy^2, som vi trekker ut:

$$x^2y^2 + xy^2 = x \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = \left(x+1\right) \cdot xy^2$$

Sett det inn i utrykket:

$$\frac{x^2y^2 + xy^2}{xy^2} = \frac{\left(x+1\right) \cdot xy^2}{xy^2}$$

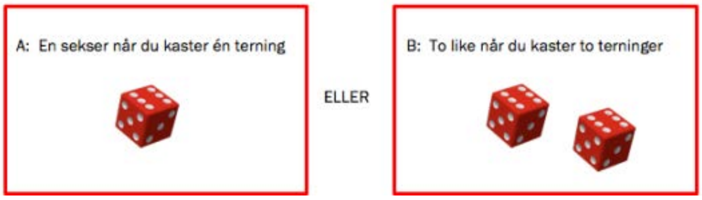
Vi forkorter fellesfaktoren:

$$\frac{x^2y^2 + xy^2}{xy^2} = \frac{\left(x+1\right) \cdot xy^2}{xy^2} = \frac{(x+1)}{1} = x+1$$

Svar: Vi forenkler til $x+1$**.**

Oppgave 10 (0,5 poeng) Nettkode: E-4AZ0

Hva er mest sannsynlig å få?



- ☐ A er mest sannsynlig
- ☐ B er mest sannsynlig
- ☐ Det er umulig å sammenligne A og B
- ☐ A og B er like sannsynlige

Løsningsforslag

Vi ser på **A** først. Når du kaster én terning er det 6 mulige utfall:

$$1, 2, 3, 4, 5 \text{ eller } 6$$

Sannsynligheten for å få en sekser er:

$$A = \frac{1}{6}$$

Nå ser vi på **B**. Når du kaster to terninger kan du få forskjellige kombinasjoner. For hvert mulige utfall av det første kastet, er det 6 mulige utfall for det andre kastet. Antall mulige kombinasjoner er:

$$6 \cdot 6 = 36$$

Det er 36 mulige utfall. Gunstige utfall er at vi får to like. Vi kan få kombinasjonene:

$$1 \text{ og } 1, 2 \text{ og } 2, 3 \text{ og } 3, 4 \text{ og } 4, 5 \text{ og } 5 \text{ eller } 6 \text{ og } 6$$

Det er altså 6 gunstige utfall. Sannsynligheten for å få to like er:

$B = \frac{6}{36} = \frac{6}{6 \cdot 6} = \frac{1}{6}$

Det er like stor sannsynlighet for A og B.

Svar: A og B er like sannsynlige (alternativ 4).

Oppgave 11 (1,5 poeng) Nettkode: E-4AZ3

Sondre kjøper dobbelt så mange epler som bananer. Han betaler tilsammen 80 kroner.

Regn ut hvor mange epler og bananer Sondre kjøper.

Løs oppgaven her

Løsningsforslag

Sondre kjøper e epler og b bananer. e og b er ukjente. Han kjøper dobbelt så mange epler som bananer, og betaler til sammen 80 kr. Dette kan vi sette opp som to likninger:

$e = 2b \;\; (\text{likning I})$

$5e + 6b = 80 \;\; (\text{likning II})$

Vi velger her å løse med addisjonsmetoden. For substitusjonsmetoden se under Alternativ løsning.

Vi multipliserer likning I med 5:

$$5 \cdot e = 5 \cdot 2b$$

$$5e = 10b$$

og trekker den fra likning II:

$$5e + 6b - 5e = 80 - 10b$$

$$6b = 80 - 10b$$

Vi adderer $10b$ på begge sider av likhetstegnet:

$$6b + 10b = 80$$

$$16b = 80$$

Vi dividerer med 16 på begge sider av likhetstegnet:

$$\frac{16b}{16} = \frac{80}{16}$$

$$b = \frac{4 \cdot 4 \cdot 5}{4 \cdot 4}$$

Vi forkorter bort fellesfaktorer:

$$b = 5$$

Vi setter 5 inn for b i likning I:

$$e = 2 \cdot b$$

$$e = 2 \cdot 5$$

$$e = 10$$

Vi får løsningen $b = 5$ og $e = 10$.

ALTERNATIV LØSNING

Her skal vi vise hvordan vi kan løse likningssettet ved hjelp av substitusjonsmetoden eller innsettingsmetoden. Vi har to likninger:

$$e = 2b \, (\text{likning I})$$

$$5e + 6b = 80 \, (\text{likning II})$$

I likning I ser vi at e står alene på venstresiden av liketstegnet. Vi kan derfor bruke uttrykket på høyresiden til å erstatte e i likning II:

$$5 \cdot 2b + 6b = 80$$

$$10b + 6b = 80$$

$$16b = 80$$

$$\frac{16b}{16} = \frac{80}{16}$$

$$b = 5$$

Vi setter nå inn for b i likning I:

$$e = 2 \cdot 5 = 10$$

Svar: Sondre kjøper 5 bananer og 10 epler.

Oppgave 12 (0,5 poeng) Nettkode: E-4AZ5

Avstanden i luftlinje mellom to steder er $25\ \mathrm{km}$. På et kart er

målestokken $1 : 1\,000\,000$.

Avstanden på kartet mellom de to stedene er

- ☐ 0,25 cm
- ☐ 2,5 cm
- ☐ 25 cm
- ☐ 250 cm

Løsningsforslag

Avstanden mellom to steder er 25 km i luftlinje. Først gjør vi avstanden om til cm. 1 km er lik 1000 m, og 1 m er lik 100 cm. Så:

$$1\ \mathrm{km} = 1000 \cdot 100\ \mathrm{cm} = 100\,000\ \mathrm{cm}$$

Avstanden mellom stedene er:

$$25\ \mathrm{km} = 25 \cdot 100\,000\ \mathrm{cm} = 2\,500\,000\ \mathrm{cm}$$

For å finne avstanden på kartet må vi dividere med $1\,000\,000$:

$$\frac{2\,500\,000}{1\,000\,000}\ \mathrm{cm} = 2,5\ \mathrm{cm}$$

Svar: Avstanden på kartet er $2{,}5$ cm (alternativ 2)

Oppgave 13 (0,5 poeng) Nettkode: E-4AZG

En bil kjører med farten $60\ \mathrm{km/h}$.

På $2,5$ h kjører bilen

- ☐ 54 km
- ☐ 90 km
- ☐ 125 km
- ☐ 150 km

Løsningsforslag

En bil kjører med farten 60 km/h i $2,5$ h. For å finne strekningen må vi skrive om den gitte formelen

$$v = \frac{s}{t}$$

slik at det står strekning er lik. Vi multipliserer med t på begge sider av likhetstegnet:

$$v \cdot t = \frac{s}{t} \cdot t$$

Vi kan nå stryke t'ene på høyre side, og får:

$$v \cdot t = s$$

Vi bytter plass på uttrykkene:

$$s = v \cdot t$$

Vi setter inn 60 km/h for v og $2,5$ h for t:

$s = 60\ \mathrm{km/h} \cdot 2,5\ \mathrm{h} = 150\ \mathrm{km}$

Svar: På $2{,}5$ h kjører bilen $150\ \mathrm{km}$ (alternativ 4).

Oppgave 14 (2,5 poeng) Nettkode: E-4AZS

a)

Fyll ut det som mangler i verditabellen for funksjonene $f(x) = x + 2$ og $g(x) = x^2$

x	f(x)	Koordinater
−2		
−1	1	(−1, 1)
0	2	(0, 2)
1		
2	4	(2, 4)

x	g(x)	Koordinater
−2		
−1		
0	0	(0, 0)
1	1	(1, 1)
2	4	(2, 4)

Løsningsforslag a)

Vi starter med funksjonen $f(x)$:

$$f(x) = x + 2$$

Vi skal finne $f(x)$ for x-verdiene -2, -1, 0, 1 og 2. Vi setter inn -2 for x i funksjonen:

$$f(-2) = -2 + 2 = 0$$

Koordinatene til punktet er $(-2, 0)$. Vi gjør det samme for x lik -1, 0, 1 og 2, og setter det inn i tabellen:

$$\begin{bmatrix} x & f(x) & \text{Koordinater} \\ -2 & 0 & (-2,0) \\ -1 & 1 & (-1,1) \\ 0 & 2 & (0,2) \\ 1 & 3 & (1,3) \\ 2 & 4 & (2,4) \end{bmatrix}$$

Nå ser vi på funksjonen $g(x)$:

$$g(x) = x^2$$

Vi skal finne $g(x)$ for x-verdiene -2, -1, 0, 1 og 2. Vi starter med $x = -2$. Vi setter -2 inn for x i funksjonen, husk at $- \cdot - = +$:

$$g(-2) = (-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$$

Koordinatene til punktet er $(-2, 4)$. Vi gjør det samme for de andre x-verdiene og fullfører tabellen:

x	$g(x)$	Koordinater
-2	4	$(-2,4)$
-1	1	$(-1,1)$
0	0	$(0,0)$
1	1	$(1,1)$
2	4	$(2,4)$

Svar:

x	$f(x)$	Koordinater
-2	0	$(-2,0)$
-1	1	$(-1,1)$
0	2	$(0,2)$
1	3	$(1,3)$
2	4	$(2,4)$

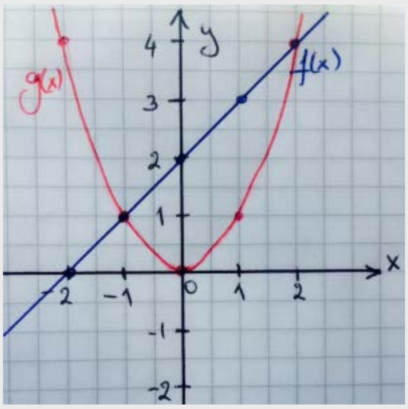
x	$g(x)$	Koordinater
-2	4	$(-2,4)$
-1	1	$(-1,1)$
0	0	$(0,0)$
1	1	$(1,1)$
2	4	$(2,4)$

b)

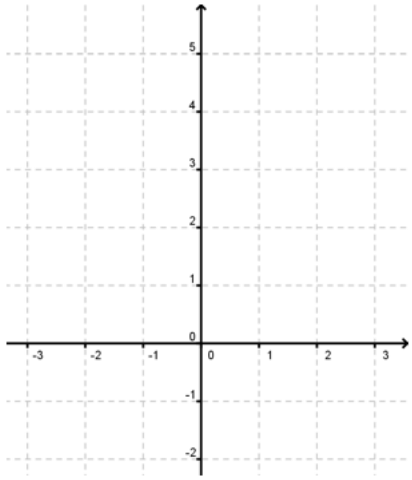
Tegn grafene til f og g i koordinatsystemet nedenfor.

Løsningsforslag b)

Vi merkerer punktene fra verditabellen i koordinatsystemet, og tegne en linje som kobler punktene. Husk å sette navn på aksene.



c)
Skjæringspunktene mellom grafene til f og g er (_____ , _____) og (_____ , _____)



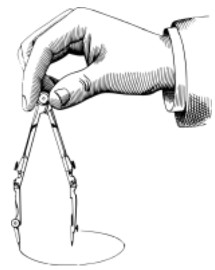
Løsningsforslag c)

Vi kan finne skjæringspunktet ved å lese av grafene: vi ser at grafene krysser hverandre i punktene $(-1, 1)$ og $(2, 4)$, dette er skjæringspunktene.

Vi kan også se på verditabellene: vi ser at begge verditabellene har punktene $(-1, 1)$ og $(2, 4)$, dette er skjæringspunktene.

Svar: Skjæringspunktene er $(-1{,}1)$ og $(2{,}4)$

Oppgave 15 (3 poeng) Nettkode: E-4AZZ



Konstruer ΔABC der $AB = 8{,}0\ \text{cm}$, $\angle B = 90^\circ$ og $\angle A = 30^\circ$.

ΔABC er en del av trapeset $ABCD$ der $\angle CAD = 45^\circ$.

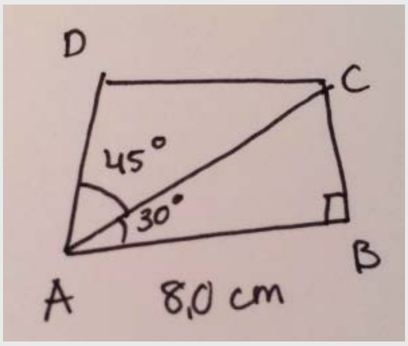
Konstruer trapeset $ABCD$.

Ta med hjelpefigur og konstruksjonsforklaring.

Løs oppgaven her

Løsningsforslag

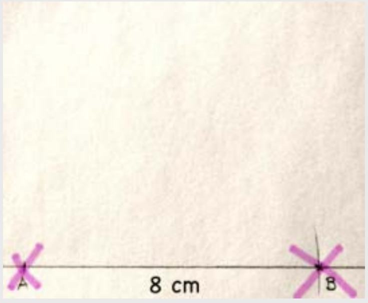
Hjelpefigur:

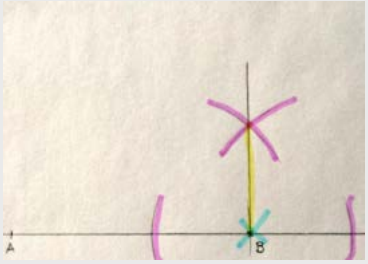


Konstruksjonsforklaring:

1. Setter av punktet A. Setter av et punkt B $8,0$ cm fra A.
2. Konstruerer 90° i B.
3. Konstruerer 60° i A, og halverer vinkelen.
4. Setter av punktet C der vinkelbeina til A og B møtes.
5. Konstruerer 90° i A på siden AC, og halverer vinkelen.
6. Konstruerer 90° på siden BC.
7. Setter av punktet D der det nye vinkelbeinet til C møter det høyre vinkelbeinet til $\angle BAC$.

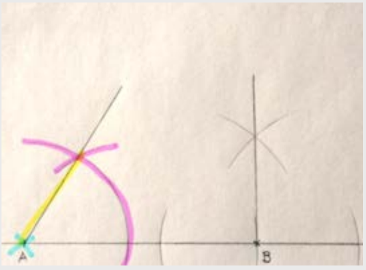
Her ser du skritt for skritt hvordan figuren er konstruert. I din eksamensbesvarelse vil alt bli konstruert i en og samme figur. Sett passerspissen i det blå krysset, slå de lilla linjene med passeren og trekk de gule linjene med blyant og linjal.

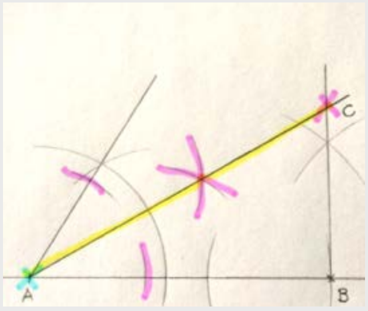




1. Vi markerer et punkt som ligger 8 cm fra A på linjen.

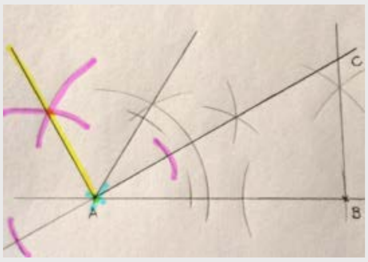
2. Vi konstruerer 90° i punktet B.

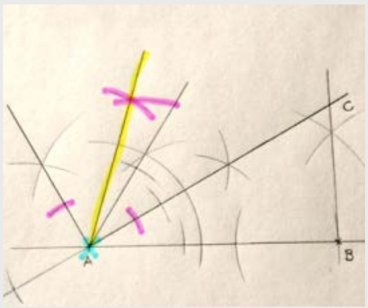




3. Vi konstruerer 60° i punktet A.

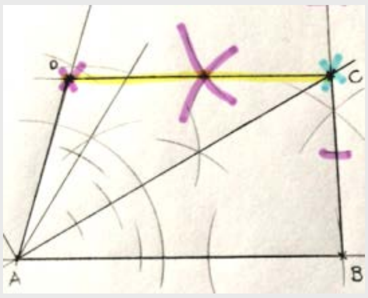
4. Vi halverer vinkelen i A.

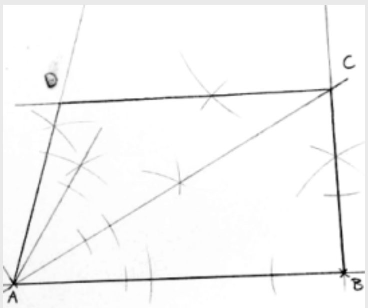




5. Vi konstruerer 90° på den nye vinkelen.

6. Vi halverer vinkelen.





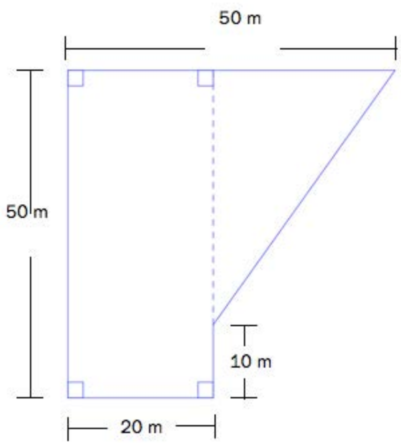
7. Vi konstruerer 90° i punktet C, og markerer punktet der vinkelbeina treffer hverandre.

8. Da er konstruksjonen ferdig.

Oppgave 16 (2 poeng) Nettkode: E-4B07

Et område har form som et rektangel og en rettvinklet trekant. Se skissen.

Vi skal legge et $10\ \text{cm}$ tykt lag med grus jevnt utover hele området.



a)
Regn ut hvor mange kubikkmeter grus vi trenger til dette området.

Løs oppgaven her

Løsningsforslag a)

Høyden av gruslaget skal være 10 cm. Volumet er arealet multiplisert med høyden, så vi vil finne arealet. Vi finner arealet av rektangelet og trekanten hver for seg.

Arealet av **rektangelet** er sidelengde multiplisert med sidelengde:

$50\ \text{m} \cdot 20\ \text{m} = 1000\ \text{m}^2$

Arealet av **trekanten** er katet multiplisert med katet dividert med 2. Sidelengdene er:

$50\ \text{m} - 20\ \text{m} = 30\ \text{m}$

og

$50\ \text{m} - 10\ \text{m} = 40\ \text{m}$

Arealet av trekanten er:

$\frac{30\ \text{m} \cdot 40\ \text{m}}{2} = \frac{1200}{2}\ \text{m}^2 = 600\ \text{m}^2$

Volumet av gruslaget er det sammenlagte arealet multiplisert med høyden. Først gjør vi om høyden til m. 100 cm er det samme som 1 m, så 1 cm er $0,01$ m:

$10\ \text{cm} = 10 \cdot 0,01\ \text{m} = 0,1\ \text{m}$

Volumet er:

$(1000 \text{ m}^2 + 600 \text{ m}^2) \cdot 0,1 \text{ m} = 1600 \cdot 0,1 \text{ m}^3 = 160 \text{ m}^3$

Svar: Vi trenger 160 kubikkmeter grus.

b)

Vi skal sette opp et gjerde rundt området. Vis ved regning at vi trenger 180 m gjerde.

Løs oppgaven her

Løsningsforslag b)

Omkretsen er summen av sidelengdene. Alle sider unntatt hypotenusen i trekanten er oppgitt. Formelen for Pytagoras læresetning er:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Vi skriver om denne formel slik at det står c er lik:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Sidene a og b fant vi i oppgave a). Vi setter inn 30 m for a, og 40 m for b:

$c = \sqrt{30^2 \text{ m}^2 + 40^2 \text{ m}^2}$

$c = \sqrt{900 + 1600} \text{ m}$

$c = \sqrt{2500} \text{ m}$

Vi må finne kvadratroten av 2500. Kvadratroten av et positivt tall, for eksempel 25, er det positive tallet som multiplisert med seg selv gir 25. Kvadratroten er altså 5. Kvadratroten av 2500 blir lettere å finne hvis vi faktoriserer:

$c = \sqrt{25 \cdot 100} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{100}$

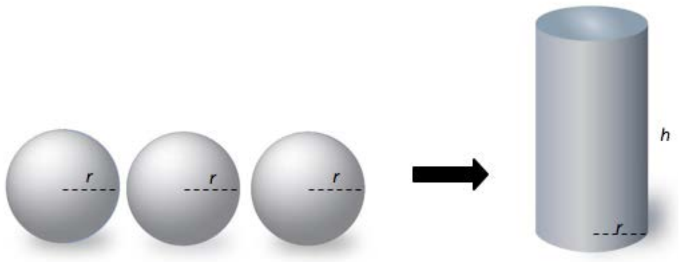
$c = 5 \cdot 10 = 50$

Siden c er 50 m. Vi adderer alle sidelengdene for å finne omkretsen:

$50 \text{ m} + 50 \text{ m} + 20 \text{ m} + 10 \text{ m} + 50 \text{ m} = 180 \text{ m}$

Svar: Vi trenger 180 m gjerde.

Oppgave 17 (1 poeng) Nettkode: E-4B0H



Tre like store kuler har alle radius r. En sylinder har samme radius r som kulene og høyde h.

Sylinderen skal ha like stort volum som de tre kulene tilsammen.

Formelen for volumet av en kule er $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Bruk formler og bestem høyden h i sylinderen uttrykt ved r.

Løs oppgaven her

Løsningsforslag

Formelen for volumet av en kule er:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Formelen for volumet av en sylinder er:

$V = h\pi r^2 \;\; (\text{formel } 1)$

Sylinderen skal ha like stort volum som tre kuler. Volumet skal være:

$$V = 3 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = 4\pi r^3$$

Vi skriver om formelen for volumet av en sylinder, formel 1, slik at det står h er lik:

$$V = h\pi r^2$$

Vi dividerer med π på begge sider av likhetstegnet, og bytter plass på uttrykkene slik at vi får h på venstre side:

$$\frac{h\pi r^2}{\pi} = \frac{V}{\pi}$$

Vi forkorter:

$$hr^2 = \frac{V}{\pi}$$

Vi dividerer med r^2 på begge sider av likhetstegnet:

$$\frac{hr^2}{r^2} = \frac{V}{\pi r^2}$$

Vi forkorter:

$$h = \frac{V}{\pi r^2}$$

Volumet av sylinderen skal være $4\pi r^3$, vi setter det inn for V:

$$h = \frac{4\pi r^3}{\pi r^2} = \frac{4r}{1} = 4r$$

Svar: Høyden i sylinderen må være $4r$.

DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (3 poeng) Nettkode: E-4B88

Live trenger denne behandlingen hos tannlegen:

Behandlingen til Live
Undersøkelse
Bedøvelse
Røntgen (4 bilder)
3 tannfyllinger

Nedenfor ser du prisene (i kroner) for de ulike behandlingene hos tannlegen. Live får 75 % rabatt fordi hun er mellom 18 og 20 år.

Behandling	Pris
Undersøkelse	480
Bedøvelse	145
Røntgen (per bilde)	95
1 tannfylling	550
2 tannfyllinger	750
3 tannfyllinger	950

Regn ut hvor mye Live må betale totalt for behandlingen hos tannlegen.

Løsningsforslag

Vi bruker regneark. Live skal ha én undersøkelse, én bedøvelse, 4 røntgenbilder og 3 tannfyllinger. De rabatterte prisene er 25% av den originale prisen, fordi Live får 75% rabatt:

$$100\% - 75\% = 25\%$$

Husk at hun skal ha 4 røntgenbilder, så vi må multiplisere med 4 der. Til slutt legger vi alt sammen ved hjelp av *=SUM().*

	A	B	C
1	Behandling	Pris i kroner	75% i avslag
2	Undersøkelse	480	=B2*0,25
3	Bedøvelse	145	=B3*0,25
4	Røntgen (per bilde)	95	=B4*0,25*4
5	1 tannfylling	550	
6	2 tannfyllinger	750	
7	3 tannfyllinger	950	=B7*0,25
8			=SUM(C2:C7)
9			

	A	B	C
1	Behandling	Pris i kroner	75% i avslag
2	Undersøkelse	480	120
3	Bedøvelse	145	36,25
4	Røntgen (per bilde)	95	95
5	1 tannfylling	550	
6	2 tannfyllinger	750	
7	3 tannfyllinger	950	237,5
8			488,75
9			

Svar: Live må betale $488{,}75\ \text{kr}$.

Oppgave 2 (4 poeng) Nettkode: E-4B8D

I butikken kan Live velge mellom 11 typer tannbørste, 10 typer tannkrem og 8 typer tanntråd.

a)
På hvor mange ulike måter kan Live velge én type tannbørste, én type tannkrem og én type tanntråd?

Løsningsforslag a)

Det er 11 typer tannbørster. Hver tannbørste hun velger kan kombineres med 10 forskjellige typer tannkrem. Antall kombinasjoner av tannbørste og tannkrem er:

$$10 \cdot 11 = 110$$

For hver kombinasjon av tannkrem og tannbørste kan hun velge 8 forskjellige typer tanntråd. Antall kombinasjoner er:

$$110 \cdot 8 = 880$$

Svar: Live kan velge en type tannbørste, en type tannkrem og en type tanntråd på 880 ulike måter.

b)

Tannlegen anbefalte Live å kjøpe en bestemt type tannbørste og en bestemt type tanntråd som de har i butikken. Men Live har glemt hva tannlegen anbefalte, og velger tilfeldig én type tannbørste og én type tanntråd.

Live velger tannbørsten og tanntråden som vist nedenfor.

Bestem sannsynligheten for at dette er de typene som tannlegen anbefalte.

Løsningsforslag b)

Antall ulike kombinasjoner av tannbørste og tanntråd er:

$$11 \cdot 8 = 88$$

Der vi har brukt samme fremgangsmåte som i oppgave a. Antall mulige utfall er 88.
Det er bare én kombinasjon som er riktig. Antall gunstige utfall er 1.
Sannsynligheten for å velge riktig tannbørste *og* tanntråd er:

$\frac{1}{88} = 1,14\%$

Svar: Sannsynligheten er $1{,}14\ \%$**.**

Oppgave 3 (2 poeng) Nettkode: E-4B8I

En flaske munnskyllevann inneholder $300\ \mathrm{mL}$. Live vil blande det ut med vann i forholdet $1:3$ (1 del munnskyllevann og 3 deler vann).

Hun bruker $40\ \mathrm{mL}$ ferdig utblandet munnskyllevann to ganger per dag.

Regn ut hvor mange dager en flaske med munnskyllevann vil vare for Live.

Løsningsforslag

Ferdig utblandet munnskyllevann er blandet i forholdet $1:3$. Det er 4 deler til sammen, 1 del munnskyllevann og 3 deler vann. $\frac{1}{4}$ av det ferdig utblandede vannet er munnskyllevann. Live bruker $40\ \mathrm{mL}$ ferdig utblandet skyllevann to ganger om dagen. Hver dag bruker hun

$$2 \cdot 40\ \mathrm{mL} = 80\ \mathrm{mL}$$

Vi dividerer med 4 for å finne ut hvor mye rent munnskyllevann hun bruker:

$$\frac{80}{4}\ \mathrm{mL} = 20\ \mathrm{mL}$$

En flaske inneholder 300 mL. Den vil vare i

$$\frac{300}{20}\ \text{dager} \quad = 15\ \text{dager}$$

Svar: En flaske munnskyllevann vil vare i 15 dager for Live.

Oppgave 4 (2 poeng) Nettkode: E-4B8Q

Live bruker et plastbeger til munnskylling. Plastbegeret med innvendige mål ser du nedenfor.

Formelen for volumet av et slikt plastbeger er $V = \frac{\pi \cdot h}{3}\left(R^2 + r \cdot R + r^2\right)$

Bruk formelen og vis at volumet av plastbegeret er ca. $2\ \mathrm{dL}$.

Løsningsforslag

Formelen for volumet av plastbegeret er

$$V = \frac{\pi \cdot h}{3}\left(R^2 + r \cdot R + r^2\right)$$

Vi setter inn $3,3$ cm for R, $8,0$ cm for h og $2,3$ cm for r:

$$V = \frac{\pi \cdot 8,0}{3}\left(3,3^2 + 2,3 \cdot 3,3 + 2,3^2\right)\mathrm{cm}^3 = 199,13\mathrm{cm}^3$$

Vi runder opp svaret til 200 cm^3. 1000 cm^3 er det samme som 1 L, så 1 cm^3 er lik $0,001$ L. Vi gjør om resultatet:

$$200\mathrm{cm}^3 = 200 \cdot 0,001\mathrm{L} = 0,2\mathrm{L} = 2\mathrm{dL}$$

Svar: Volumet av plastbegeret er ca 2 dL.

Oppgave 5 (7 poeng) Nettkode: E-4B9R

Oppgave 5 skal løses ved hjelp av regneark. Vis hvilke formler du har brukt.

Live skal få satt inn en ny tann. Behandlingen koster 10 000 kroner. Hun får tilbud om et lån som skal nedbetales i løpet av 10 måneder med avdrag på 1 000 kroner per måned. Renten er 2 % per måned. Alle beløp er i kroner.

	A	B	C	D	E
1	Lån	10000			
2	Rente per måned	2 %			
3	Antall måneder	10			
4					
5	Måned	Restlån	Avdrag	Rentebeløp	Terminbeløp
6	1	10000	1000	200	1200
7	2	9000	1000	180	1180
8	3				
9	4				
10	5				
11	6				
12	7				
13	8				
14	9				
15	10				
16		Sum			

a)
Bruk formler og lag ferdig nedbetalingsplanen for Live. Ta med formelutskrift.

Løsningsforslag a)

Hver måned må Live betale tilbake et avdrag på 1000 kr, og 2% av de pengene hun ikke har betalt tilbake enda (restlånet). Vi skriver av tabellen og fullfører den.

Restlånet starter på 10000 kr, og skal bli 1000 kr mindre for hver måned.

Avdragene er 1000 kr hver måned.

Rentebeløpet er 2% av restlånet den måneden.

Terminbeløpet er summen av avdraget og rentebeløpet hver måned.

	A	B	C	D	E
1	Lån	10000			
2	Rente pr måned	2,00%			
3	Antall måneder	10			
4					
5	Måned	Restlån	Avdrag	Rentebeløp	Terminbeløp
6	1	10000	1000	200	1200
7	2	9000	1000	180	1180
8	3	8000	1000	160	1160
9	4	7000	1000	140	1140
10	5	6000	1000	120	1120
11	6	5000	1000	100	1100
12	7	4000	1000	80	1080
13	8	3000	1000	60	1060
14	9	2000	1000	40	1040
15	10	1000	1000	20	1020
16		Sum	10000	1100	11100
17					

Svar: Nedbetalingsplanen ser vi over. Formelutskrifen er som følger:

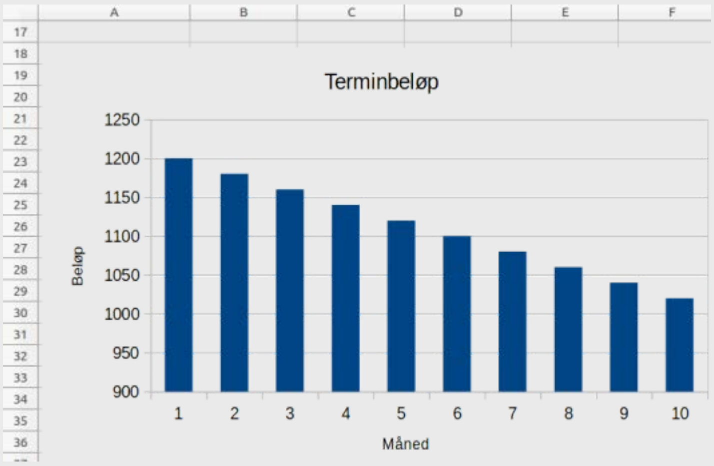
	A	B	C	D	E
1	Lån	10000			
2	Rente per måned	0,02			
3	Antall måneder	10			
4					
5	Måned	Restlån	Avdrag	Rentebeløp	Terminbeløp
6	1	10000	1000	=B6*B2	=SUM(C6+D6)
7	2	=B6-C6	1000	=B7*B2	=SUM(C7+D7)
8	3	=B7-C7	1000	=B8*B2	=SUM(C8+D8)
9	4	=B8-C8	1000	=B9*B2	=SUM(C9+D9)
10	5	=B9-C9	1000	=B10*B2	=SUM(C10+D10)
11	6	=B10-C10	1000	=B11*B2	=SUM(C11+D11)
12	7	=B11-C11	1000	=B12*B2	=SUM(C12+D12)
13	8	=B12-C12	1000	=B13*B2	=SUM(C13+D13)
14	9	=B13-C13	1000	=B14*B2	=SUM(C14+D14)
15	10	=B14-C14	1000	=B15*B2	=SUM(C15+D15)
16		Sum	=SUM(C6:C15)	=SUM(D6:D15)	=SUM(E6:E15)
17					

b)

Framstill terminbeløpene for lånet i et stolpediagram.

Løsningsforslag b)

For å lage et stolpediagram markerer vi alle terminbeløpene, og klikker på *Diagram*. Inne på *Diagram* velger vi *Stolpediagram*.



c)

En annen bank tilbyr Live et lån med en rente på 1,5 % per måned. Lånene er ellers like.

Hvor mye sparer Live totalt på å velge dette lånet? Du trenger ikke ta ny formelutskrift.

Løsningsforslag c)

Gjør det samme som i **a)**, men nå er renten $1,5\%$. Det Live sparer er forskjellen i summene av terminbeløpene.

	A	B	C	D	E
41					
42	**Rente ny bank**	1,50%			
43	**Måned**	**Restlån**	**Avdrag**	**Rentebeløp**	**Terminbeløp**
44	1	10000	1000	150	1150
45	2	9000	1000	135	1135
46	3	8000	1000	120	1120
47	4	7000	1000	105	1105
48	5	6000	1000	90	1090
49	6	5000	1000	75	1075
50	7	4000	1000	60	1060
51	8	3000	1000	45	1045
52	9	2000	1000	30	1030
53	10	1000	1000	15	1015
54		**Sum**			10825
55					
56	Forskjell I pris:	275	**kr**		
57					

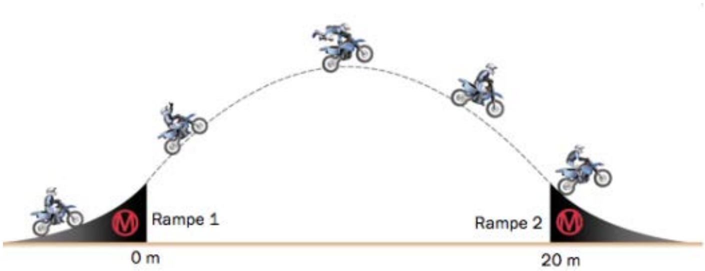
Svar: Live sparer 275 kr.

Oppgave 6 (6 poeng) Nettkode: E-4B9Y

I X-Fighters hopper motorsykkelen fra rampe 1 til rampe 2. En forenklet modell som beskriver et slikt hopp, er funksjonen h gitt ved

$h(x) = -0{,}05x^2 + x + 2$

Her viser $h(x)$ hvor mange meter motorsykkelen er over bakken når den er x meter fra
rampe 1, målt langs bakken. Se skissen av hoppet nedenfor.



a)

Motorsykkelen er høyest over bakken $10\ \mathrm{m}$ fra rampe 1, altså når $x = 10$. Bruk funksjonsuttrykket, og vis ved regning at motorsykkelen da er $7\ \mathrm{m}$ over bakken.

Løsningsforslag a)

Vi har funksjonen:

$$h(x) = -0,05x^2 + x + 2$$

Vi finner høyden av sykkelen når den er 10 m fra rampe 1 ved å sette inn 10 for x i funksjonen:

$$h(10) = -0,05 \cdot 10^2 + 10 + 2$$

$$h(10) = -0,05 \cdot 100 + 10 + 2 = -5 + 10 + 2 = 7$$

Svar: Motorsykkelen er 7 m over bakken når den er 10 m fra rampe 1.

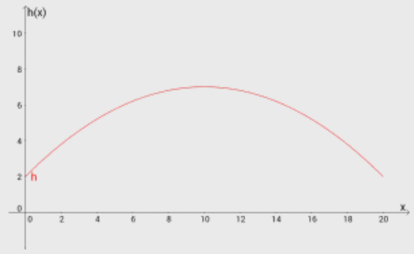
b)

Tegn grafen til h når $0 \leq x \leq 20$.

Løsningsforslag b)

Løsning: For å tegne grafen til funksjonen skriver vi inn kommandoen:

$Funksjon\left[-0.05 * x^2 + x + 2, 0, 20\right]$



c)

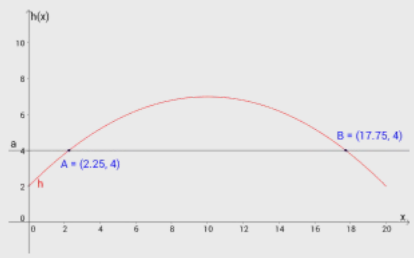
Bestem grafisk hvor langt motorsykkelen har flyttet seg fra rampe 1, målt langs bakken,
når motorsykkelen er $4\ \mathrm{m}$ over bakken.

Løsningsforslag c)

Vi vil vite verdien av x når vi vet at $h\left(x\right)$ er lik 4. For å løse dette grafisk tegner vi en graf

$$y = 4$$

og finner skjæringspunktet mellom denne og funksjonen fra oppgave a. Klikk på *intersect* og velg de to grafene. Punktene du får er skjæringspunktene. Grafene har to skjæringspunkter, $(2.25, 4)$ og $(17.75, 4)$. Det betyr at sykkelen er 4 m over bakken både når den er $2{,}25$ m og $17{,}75$ m fra rampe 1.



Oppgave 7 (4 poeng) Nettkode: E-4BAD

Hippokrates fra Khios (ca. 470–410 f.Kr.) var trolig den første greske matematikeren som skrev en lærebok i geometri, 100 år før Euklid.

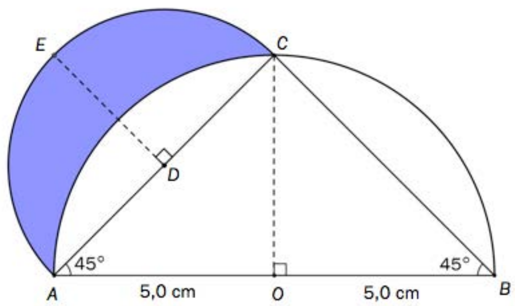
Grekerne forsøkte å konstruere et kvadrat som hadde like stort areal som en sirkel (*sirkelens kvadratur*).

Hippokrates-månen (i blå farge nedenfor) var en del av dette forsøket.

Kilde: Proclus, *Kommentar til Euklid I*

Ta utgangspunkt i skissen nedenfor.

1. ACB er halvsirkelen med sentrum i O og med diameter AB.
2. AEC er halvsirkelen med sentrum i D og med diameter AC.



a)

Forklar at $OC = 5{,}0\ \text{cm}$. Vis ved regning at $AC = \sqrt{50}\ \text{cm}$.

Løsningsforslag a)

Trekanten AOC har en vinkel som er 90° og en vinkel som er 45°. Vinkelsummen i en trekant er 180°. Det betyr at den siste vinkelen er:

$180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$

Trekanten har to like vinkler, den er en likebeint trekant. En likebeint trekant har to like store sider og to like store vinkler. Da er AO og OC like store:

$$AO = OC = 5{,}0\text{cm}$$

Vi bruker nå Pytagoras læresetning for å finne lengden AC. Pytagoras læresetning sier:

$AC^2 = AO^2 + OC^2$

Vi setter inn $5\,\text{cm}$ for AOog $5\,\text{cm}$ for OC:

$AC^2 = 5^2 + 5^2$

$AC^2 = 25 + 25$

$AC^2 = 50$

For å finne AC tar vi kvadratroten på begge sider:

$AC = \sqrt{50}$

Svar: $\underline{\underline{OC = 5{,}0 \text{ cm og } AC = \sqrt{50}\ \text{ cm}}}$

ALTERNATIV LØSNING

Halvsirkelen ACB har radius $5,0$ cm og sentrum i O. Vi ser at OC er radius i halvsirkelen, den er derfor $5,0$ cm.

b)
Vis at arealet til halvsirkelen ACB er $12{,}5\,\pi\ \text{cm}^2 \approx 39{,}25\ \text{cm}^2$ (Bruk at $\pi \approx 3{,}14$).

Løsningsforslag b)

Formelen for arealet av en sirkel er:

$$A = \pi r^2$$

Vi skal finne arealet av halvsirkelen. Det er det samme som arealet av sirkelen dividert med 2. Radius i halvsirkelen er 5 cm. Vi setter det inn i formel for arealet av en sirkel:

$A\,(\text{sirkel}) = 5^2 \cdot \pi \cdot \text{cm}^2 = 25\pi\ \text{cm}^2$

Vi dividerer med 2 for å finne arealet av halvsirkelen:

$A = \frac{25\pi}{2}\ \text{cm}^2 = 12,5\pi\ \text{cm}^2$

Vi setter inn $3,14$ for π:

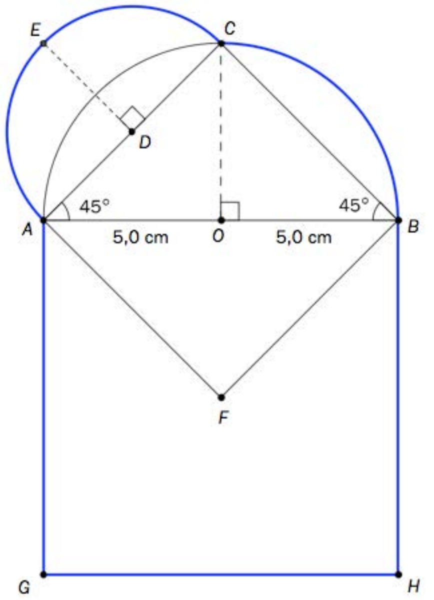
$A = 12,5 \cdot 3,14\ \text{cm}^2 = 39,25\ \text{cm}^2$

Svar: <u>Arealet til halvsirkelen er $39{,}25\ \text{cm}^2$.</u>

Oppgave 8 (3 poeng) Nettkode: E-4BAJ

Figuren nedenfor er den samme som i oppgave 7, men den er utvidet slik at to kvadrater,

$AFBC$ og $AGHB$, kommer fram.



Regn ut omkretsen av figuren, det vil si $AGHBCEA$ (markert med blå farge).

Løsningsforslag

Vi ser først på kvadratet. Det har sidelengder:

$5 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$

Tre av sidelengdene bidrar til omkretsen. Vi summerer bidraget:

$10 \text{ cm} + 10 \text{ cm} + 10 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$

Halvsirkelen ACB bidrar med en sirkelbue som er en fjerdedel av omkretsen. Omkretsen av en sirkel er

$$O = 2\pi r$$

Omkretsen av den store sirkelen er lik:

$O = 2 \cdot \pi \cdot 5 \text{ cm} = 10\pi \text{ cm}$

Den bidrar med en kvart omkrets, så bidraget er:

$\frac{O}{4} = \frac{10\pi}{4} = 2,5\pi \text{ cm} = 7,85 \text{ cm}$

Halvsirkelen AEC bidrar med en sirkelbue som er lik halve omkretsen av sirkelen. Radius i halvsirkelen er halvparten av lengden AC. Vi bruker Pytagoras læresetning for å finne sidelengden AC:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Vi setter inn $5,0$ cm for a, $5,0$ cm b og AC for c:

$AC^2 = 5^2 + 5^2 \text{ cm}^2$

$AC^2 = 25 + 25 \text{ cm}^2 = 50 \text{ cm}^2$

$AC = \sqrt{50} \text{ cm} = 7,07 \text{ cm}$

Omkretsen av halvsirkelen er:

$o = \frac{\pi d}{2} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 7,07 \text{ cm} = 11,11 \text{ cm}$

Den totale omkretsen blir:

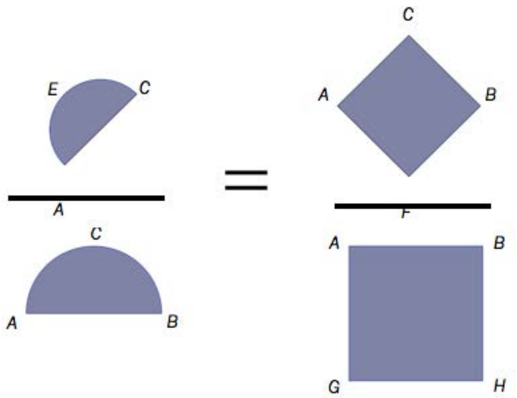
$30 \text{ cm} + 7,85 \text{ cm} + 11,11 \text{ cm} = 48,96 \text{ cm} \simeq 49 \text{ cm}$

Svar: Omkretsen er ca 49 cm.

Oppgave 9 (3 poeng) Nettkode: E-4BAO

Se figuren i oppgave 8.

Hippokrates fant at $\frac{\text{Areal av halvsirkel AEC}}{\text{Areal av halvsirkel ACB}} = \frac{\text{Areal av kvadrat AFBC}}{\text{Areal av kvadrat AGHB}}$. Med figurer vil dette se slik ut:



a)

Vis at arealet av halvsirkelen AEC er $6{,}25\pi\ \text{cm}^2 \approx 19{,}625\ \text{cm}^2$ (Bruk at $\pi \approx 3{,}14$).

Løsningsforslag a)

Fra forrige oppgave vet vi at radius i halvsirkelen AEC er:

$\frac{d}{2} = \frac{7{,}07}{2}\ \text{cm} = 3,535\ \text{cm}$

Formelen for arealet av en sirkel er:

$$A = \pi r^2$$

Arealet av halvsirkelen er halvparten av arealet av sirkelen:

$A = \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 3,535^2\ \text{cm}^2 = 6,25\pi\ \text{cm}^2 = 19,625\ \text{cm}^2$

Svar: Arealet er $19{,}625\ \text{cm}^2$.

b)

Bruk blant annet opplysningene i oppgave 7 og oppgave 9 a), og vis ved regning at

$\frac{\text{Areal av halvsirkel AEC}}{\text{Areal av halvsirkel ACB}} = \frac{\text{Areal av kvadrat AFBC}}{\text{Areal av kvadrat AGHB}}$

Løsningsforslag b)

Arealet av halvsirkelen AEC er $19,625$ cm^2, og arealet av halvsirkelen ACB er $39,25$ cm^2. Forholdet mellom dem er:

$$\frac{\text{Areal av halvsirkel } AEC}{\text{Areal av halvsirkel } ACB} = \frac{19,625}{39,25} = 0,5$$

Arealet av et kvadrat med sider s er:

$$A = s^2$$

Sidelengdene i kvadrat $AGHB$ er $10,0$ cm. Vi setter s lik $10,0$ cm i formelen for arealet av et kvadrat og finner arealet:

$A = 10,0 \cdot 10,0 \text{ cm}^2 = 100,0 \text{ cm}^2$

Sidelengdene i kvadrat $AFBC$ er $\sqrt{50}$ cm, som vi fant i oppgave 8. Merk at vi ikke skriver ut kvadratroten enda. Vi setter inn $\sqrt{50}$ cm for s i formelen for arealet av et kvadrat for å finne arealet:

$A = \left(\sqrt{50}\right)^2 \text{ cm}^2 = 50 \text{ cm}^2$

Da kan vi finne forholdet mellom arealene til kvadratene:

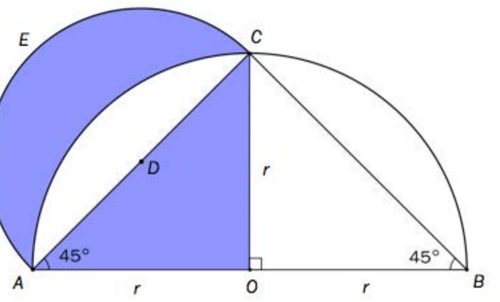
$$\frac{\text{Areal av kvadrat } AFBC}{\text{Areal av kvadrat } AGHB} = \frac{50}{100} = 0,5$$

Begge forhold er lik $0,5$. Derfor stemmer formelen for forholdene.

Svar: Begge forhold er lik $\underline{\underline{0{,}5}}$.

Oppgave 10 (2 poeng) Nettkode: E-4BAW

Vis ved regning at Hippokrates-månen har samme areal som ΔAOC, det vil si $\frac{r^2}{2}$.



Tips: Vis først at AC = $\sqrt{2} \cdot r$

Løsningsforslag

Arealet av kvartsirkelen AC er en fjerdedel av areal av hele sirkelen. Arealet av en sirkel er:

$$A = \pi r^2$$

Radius i sirkelen er r, så arealet av kvartsirkelen AC er:

$$\text{Areal av } AC = \frac{1}{4}\pi r^2$$

Arealet av en likebeint, rettvinklet trekant med sider r er:

$$A = \frac{1}{2}r^2$$

Arealet av trekanten AOC er:

$$\text{Areal av } AOC = \frac{1}{2}r^2$$

Nå ønsker vi å finne arealet av halvsirkelen AEC. Halvsirkelen har diameter AC. AC er hypotenusen i trekanten AOC. Vi kan bruke Pytagoras læresetning for å finne AC. Pytagoras læresetning er:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Vi setter a lik r, b lik r og c lik AC inn i Pytagoras læresetning, og finner et uttrykk for AC:

$$r^2 + r^2 = AC^2$$

$$AC^2 = 2r^2$$

Vi tar kvadratroten på begge sider av likhetstegnet:

$$AC = \sqrt{2 \cdot r^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{r^2} = \sqrt{2} \cdot r$$

Arealet av halvsirkelen AEC er halvparten av arealet til sirkelen. Diameter i sirkelen er AC. Radius er halvparten av diameteren

$$R = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{2}r}{2}$$

Vi bruker formelen for arealet av en sirkel $A = \pi r^2$ for å finne arealet av AEC:

$$\text{Areal av } AEC = \frac{1}{2}\pi r^2$$

$$\text{Areal av } AEC = \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{\sqrt{2}r}{2}\right)^2$$

$$\text{Areal av } AEC = \tfrac{1}{2}\pi \cdot \tfrac{2r^2}{2^2} = \pi \cdot \tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{2r^2}{4} = \pi \tfrac{r^2}{4}$$

Delen av AC som overlapper med halvsirkelen AEC er lik arealet av kvartsirkelen AC subtrahert med arealet av trekanten AOC:

$$\text{Overlapp } = \frac{1}{4}\pi r^2 - \frac{1}{2}r^2$$

Arealet av *Hippokrates-månen* er lik arealet av halvsirkelen AEC subtrahert med det overlappende området:

$$\text{Areal av måne } = \tfrac{1}{4}\pi r^2 - \left(\tfrac{1}{4}\pi r^2 - \tfrac{1}{2}r^2\right)$$

$$\text{Areal av måne } = \tfrac{1}{4}\pi r^2 - \tfrac{1}{4}\pi r^2 + \tfrac{1}{2}r^2$$

Arealet av *Hippokrates-månene* er det samme som arealet av trekanten.

$$\text{Areal måne } = \text{Areal trekant } = \frac{1}{2}r^2$$

Svar: Trekanten og *Hippokrates-månen* har samme areal $A = \frac{1}{2}r^2$.