



Løsningsforslag til oppgaver med Pytagoras' setning

Oppgaveark 1

- Siden de fire trekantene er like store har vi $s = a + b$.
- $A_{stort\ kvadrat} = s^2 = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- Vi bruker a og b som grunnlinje og høyde i trekanten og får derfor $A_{trekant} = \frac{ab}{2}$.
- Sidekanten i det lille kvadratet er c , så vi har $A_{lite\ kvadrat} = c^2$.
- $A_{stort\ kvadrat} = 4A_{trekant} + A_{lite\ kvadrat} = 2ab + c^2$.
- $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2 \rightarrow a^2 + b^2 = c^2$

Oppgaveark 2

- Formelen for arealet av en halvsirkel er $\frac{\pi r^2}{2}$, hvor r er radius. Siden radius i de tre halvsirklene er $\frac{a}{2}$, $\frac{b}{2}$ og $\frac{c}{2}$ blir de tre arealene $A_a = \frac{\pi a^2}{8}$, $A_b = \frac{\pi b^2}{8}$ og $A_c = \frac{\pi c^2}{8}$.
- Vi ganger begge sider i den vanlige pytagorassetningen med $\frac{\pi}{8}$, og får da uttrykket over. Det er derfor riktig at $A_a + A_b = A_c$.

Oppgaveark 3

- I en likesidet trekant er alle vinklene 60° , og alle sidene like lange.
- $A_{trekant} = \frac{\text{grunnlinje} \times \text{høyde}}{2}$
- Vi tegner inn høyden og får to rettvinklede trekanten med høyden som den lengste kateten. Vi bruker Pytagoras' setning og finner at

$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

- Vi bruker formelen for trekanten, og finner:

$$A_a = \frac{\left(\frac{a}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8}a^2, \quad A_b = \frac{\sqrt{3}}{8}b^2 \quad \text{og} \quad A_c = \frac{\sqrt{3}}{8}c^2 \quad (1)$$

Hvis vi ganger begge sider av Pytagoras' setning med konstanten $\frac{\sqrt{3}}{8}$ får vi at $A_a + A_b = A_c$.

Oppgaveark 4

- $A = \frac{gh}{2} = \frac{kg^2}{2}$
- $A_c = \frac{kc^2}{2}$
- $A_b = \frac{kb^2}{2}$ og $A_c = \frac{kc^2}{2}$.
- Ja! På grunn av formlikheten er konstanten k den samme i de tre formlene for A_a , A_b og A_c . Hvis vi starter med Pytagoras' setning og ganger begge sidene med denne konstanten k har vi vist at $A_a + A_b = A_c$ for generelle trekanten.

Oppgaveark 5

Merk at dette arket legger færre føringer på elevenes argumentasjon.

- Vi vet at forholdet mellom arealet til det grå kvadratet og den svarte figuren er det samme uansett størrelse. Hvis vi forlenger en side i figuren med en faktor k må sidekantene i kvadratet også forlenges med k . Arealet av kvadratet øker da med k^2 , og da må også arealet til den svarte figuren øke med k^2 for at forholdet mellom de to arealene skal forbli det samme.
- Hvis det svarte arealet ut fra hypotenusen dekker $\frac{1}{l}$ av kvadratet (hvor l er en konstant), vil de svarte arealene ut fra katetene også dekke $\frac{1}{l}$ av sine respektive kvadrater. Siden vi vet at $a^2 + b^2 = c^2$ må også $\frac{a^2}{l} + \frac{b^2}{l} = \frac{c^2}{l}$.
- Siden vi ikke har sagt noe om størrelsen på l vil resultatet i oppg. (b) også gjelde hvis $l < 1$, hvilket tilsvarer at det svarte arealet er større enn kvadratet.