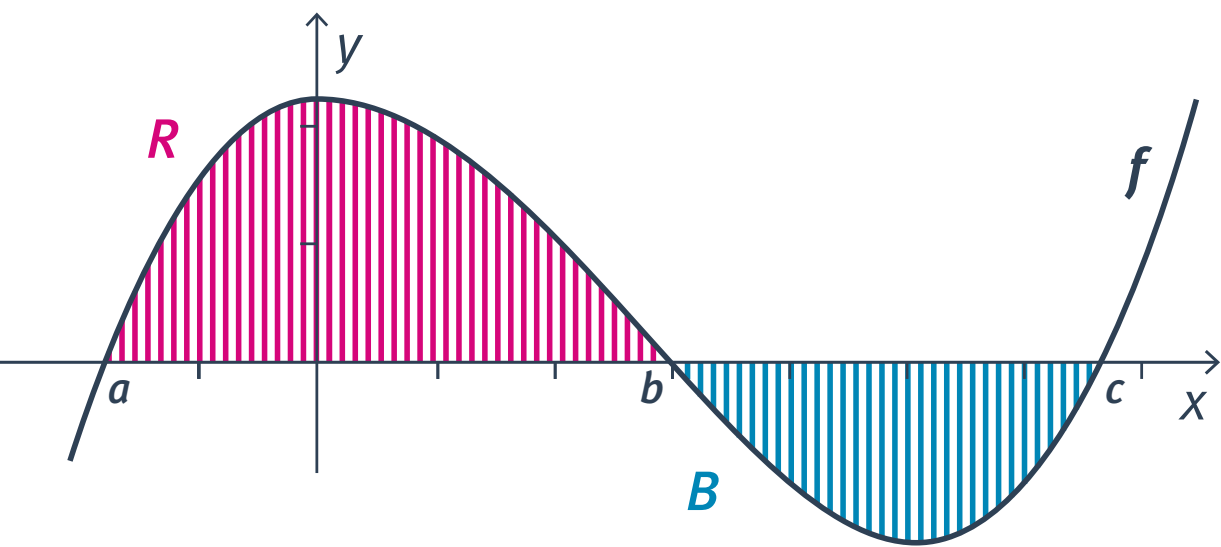


BESTEMT INTEGRAL



Rosa areal: $R = \int_a^b f(x) dx$
Blått areal: $B = -\int_b^c f(x) dx$

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = R - B$$

UBESTEMT INTEGRAL

Det ubestemte integralet til f er den generelle antideriverte til f .

$$\int f(x) dx = F(x) + C,$$

der $F'(x) = f(x)$ og C er en konstant.

Integrasjon brukes til arealberegninger, løsning av differensiallikninger, sannsynlighetsregning, beregninger i fysikk og mye mer.

ANALYSENS FUNDAMENTALTEOREM

La f være en funksjon som er kontinuertlig på $[a, b]$.
La $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ for $x \in [a, b]$. Da er

$$F'(x) = f(x).$$

Dette teoremet brukes til beregning av bestemte integraler:

Hvis f er kontinuertlig på $[a, b]$ og $F(x)$ er en antiderivert til f , så er

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

INTEGRASJON

SUBSTITUSJON/ VARIABELSKIFTE

La F være en antiderivert til f og la g være en deriverbar funksjon.
Da er

$$\int f(g(x))g'(x) dx = F(g(x)) + C.$$

Eksempel

$$\int 2xe^{x^2} dx = e^{x^2} + C$$

($f(x) = e^x$, $g(x) = x^2$)

INTEGRASJONS- TEKNIKKER

Teknisk triks

$$\text{Sett } u = g(x), du = g'(x) dx.$$

Da er

$$\int f(g(x))g'(x) dx = \int f(u) du = F(u) + C.$$

Erstatt så u med $g(x)$ i svaret.

FORMLER

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

$$\int x^r dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C \text{ for } r \neq -1$$

$$\int \sin(kx) dx = -\frac{1}{k} \cos(kx) + C$$

$$\int e^{kx} dx = \frac{1}{k} e^{kx} + C$$

DELVIS INTEGRASJON

Hvis u og v er funksjoner av x med kontinuertlig derivert gjelder

$$\int u'v dx = uv - \int uv' dx.$$

Eksempel

$$\text{La } u' = e^x \text{ og } v = x.$$

$$\int xe^x dx = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C$$

