OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

SETT 14

DAG 1

1. En skogsarbeider med motorsag kan dele en liten tømmerstokk i fire biter på *12* sekunder. Hvor mange sekunder trenger han på å dele tømmerstokken i fem biter?

   A)14,4 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

2. Heidi fører statistikk over hvor mange timer hun jobber hver dag. En dag hun hadde jobbet *9* timer fant hun ut at gjennomsnittet økte fra *6* til *7* timer per dag i den uken. Hvor mange timer må Heidi jobbe neste dag for at gjennomsnittet skal gå opp til *8* timer?

   A)10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Løsninger

1. *C*. For å dele tømmerstokken i fire må skogsarbeideren sage over stokken tre steder. Han bruker altså $12 / 3 = 4$ sekunder for hvert sted han sager over. Skal han dele stokken i fem, må han sage over fire steder, og det vil ta $4 \cdot 4 = 16$ sekunder.

2. *B*. La oss først finne ut hvor mange dager Heidi har jobbet den uken. Hvis hun har jobbet x dager, har hun totalt jobbet $7x$ timer. Men siden gjennomsnittet dagen før var *6* timer, får vi at $6(x - 1) = 7x - 9$ eller $6x = 7x - 3$ som gir at $x = 3$. Hun har altså jobbet $7 \cdot 3 = 21$ timer på *3* dager den uken. For å få et gjennomsnitt på *8* timer etter *4* dager, må antall arbeidstimer komme opp i $8 \cdot 4 = 32$, altså må Heidi jobbe $32 - 21 = 11$ timer neste dag.

DAG 2

1. Hva er gjennomsnittet av en halv og en tredjedel?

   A)2 / 5 B) 3 / 7 C) 3 / 8 D) 4 / 9 E) 5 / 12

2. William og Ingeborg er pensjonister som ser tilbake på et langt og lykkelig ekteskap. Så sier William: ”Kjære, nå har jeg vært gift med deg i nøyaktig to tredjedeler av mitt liv”. Ingeborg tenker seg litt om før hun svarer: ”Ja, det har vært mange gode år, men det er rart å tenke på at jeg har levd over en tredjedel av mitt liv uten deg.”. Hvem er eldst av William og Ingeborg?

Løsninger

1. *E.* $1 / 2 + 1 / 3 = 3 / 6 + 2 / 6 = 5 / 6$. Gjennomsnittet av $1 / 2$ og $1 / 3$ er halvparten av dette, altså $5 / 12$.

2. Ingeborg er eldst. De har vært gift i nøyaktig $2 / 3$ av Williams liv, men i mindre enn $2 / 3$ av Ingeborgs liv. Hvis de har vært gift i x år, så betyr dette at Williams alder er $3 / 2$ ganger x, mens Ingeborgs alder er mer enn $3 / 2$ ganger x.

DAG 3

1. En dag finner Rolf ut at han har kjørt *15000 km* med bilen sin. Han har brukt til sammen *6* bildekk og alle dekk har kjørt like langt. Hvor mange kilometer har da hvert dekk kjørt? (Bilen har *4* hjul.)

   A)2500 B) 5000 C) 10000 D) 11250 E) 22500

2. En søndag syklet Christine for å besøke en venninne. Det var nedoverbakke et stykke til å begynne med, mens på resten av turen var det flatt. Christine syklet hjem igjen den samme veien. Hun syklet med en fart på *15 km/t* når det var flatt, *10 km/t* i oppoverbake og *30 km/t* i nedoverbakke. Hvor mange kilometer syklet hun hvis hun til sammen syklet i *2* timer?

   A)25 B) 27 C) 28 D) 30 E) 32

Løsninger

1. *C*. Siden bilen har *4* hjul har dekkene kjørt til sammen $4 \cdot 15000\ km = 60000\ km$. Hvis dette er jevnt fordelt over de *6* dekkene, så har hvert dekk kjørt *10000* km.

2. *D*. Anta at det var x *km* med nedoverbakke til å begynne med. På dette brukte Christine $x / 30$ timer. På å sykle opp igjen den samme bakken brukte hun $x / 10$ timer. Til sammen brukte Christine $x \cdot (1 / 10 + 1 / 30) = x \cdot (4 / 30) = 2x / 15$ timer på å sykle de $2x$ *km* med bakke. Altså holder hun en gjennomsnittsfart på *15 km/t* i bakkene. Siden hun også sykler med *15 km/t* når det er flatt, har hun altså en gjennomsnittsfart på *15 km/t* i de *2* timene hun syklet. Hun syklet dermed $15 \cdot 2 = 30\ km$.

DAG 4

1. Hvis én person bruker én time på å grave et hull som er én meter langt, én meter bredt og én meter dypt, hvor mange timer bruker da to personer på å grave et hull som er to meter langt, to meter bredt og to meter dypt?

   A)1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

2. Niels Henrik Abel var den første som beviste at det ikke finnes en formel for å løse den generelle *5*.gradslikningen. Men noen *5*.gradslikninger lar seg likevel løse: Hva er x dersom $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$?

Løsninger

1. *C*. Når den første personen jobber alene, graver han én kubikkmeter på én time. Det store hullet er på *8* kubikkmeter, så to personer vil bruke $8 / 2 = 4$ timer på å grave ut dette.

2. Eneste løsning er $x = -1$. At -1 passer i likningen kan man lett se ved å sette inn -1 for x. For å se at dette er den eneste løsningen, kan vi skrive om $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ til $(x^4 + x^2 + 1)(x + 1)$. Den første parentesen er en sum av kvadrater, og kan derfor aldri bli null. For at produktet skal bli null, så må den siste parentesen $(x + 1)$ være null, altså $x = -1$.

DAG 5

1. Hvis *11* er én mindre enn kvadratroten av et tall, hva er da halvparten av dette tallet?

   A)6 B) 16 C) 36 D) 72 E) 98

2. Ola har fylt sparebøssen med *10*- og *20*-kronemynter. Myntene veier til sammen cirka *2 kg,* og det er omtrent like mange av hver mynt. En *10*-krone veier *6,8* gram, og en *20*-krone veier *9,9* gram. Omtrent hvor mye penger fikk Ola inn på kontoen da han gikk i banken med sparebøssen?

   A)900 kr B) 1300 kr C) 1900 kr D) 2600 kr E) 3600 kr

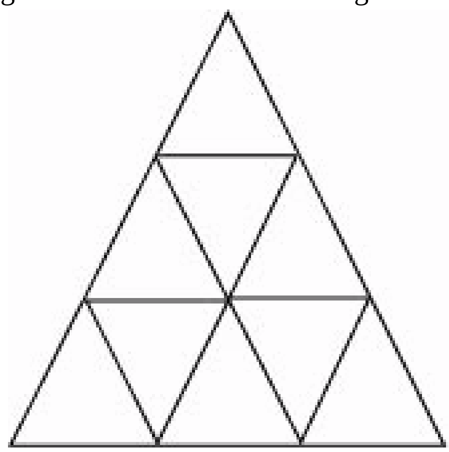
Løsninger

1. *D. 11* er én mindre enn *12,* som er kvadratroten av *144*. Halvparten av dette er *72*.

2. *E*. En *10*- og en *20*-krone veier til sammen *16,7* gram. *6* mynter av hver vil dermed veie ca *100* gram $(100 / 6 \approx 16{,}7)$. I *100* gram er det altså omtrent *180* kroner. *I 2* kilo blir det da omtrent $20 \cdot 180$ kroner = *3600* kroner.

DAG 6

1. Hvor mange trekanter er det i denne figuren?



   A)13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

2. På et bursdagsselskap er det barn fra både første-, andre- og tredjeklasse. Alle har enten sorte eller blå sko. Hvor mange må det minst være i selskapet for at vi helt sikkert kan finne to barn av samme kjønn, som går i samme klassetrinn og som har samme farge på skoene?

   A)7 B) 9 C) 13 D) 17 E) 19

Løsninger

1. *A*. Anta at de små trekantene har sidelengde *1*. Det finnes *9* små trekanter, det er *3* trekanter med sidelengde *2* (en for hvert hjørne), og så er det hele trekanten. Totalt *13* trekanter.

2. *C*. Det er *3* muligheter for klassetrinn, *2* muligheter for kjønn og *2* muligheter for farge på skoene. Totalt gir dette $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ mulige kombinasjoner av klassetrinn, kjønn og skofarge. Hvis det bare er *12* barn i selskapet, kan det tenkes at alle disse kombinasjonene blir brukt, men hvis det er *13* barn, så er minst to barn nødt til å ha samme kombinasjon av klassetrinn, kjønn og skofarge.

DAG 7

1. Bjørn har bestemt seg for å komme i form, og planlegger å jogge to faste dager hver uke fram til sommeren. På hvor mange måter kan Bjørn velge de to ukedagene slik at han slipper å jogge to dager på rad?

   A)12 B) 13 C) 14 D) 15 C) 16

2. Et tall som er det samme om vi snur rekkefølgen på sifrene kalles et palindromtall. Hvor mange palindromtall er det mellom *10000* og *100000*?

   A)900 B) 990 C) 999 D) 1000 E) 1001

Løsninger

1. *C*. Hvis mandag er den første dagen, så kan den andre dagen være onsdag, torsdag, fredag eller lørdag. Det blir *4* muligheter. Tilsvarende finner vi *4* muligheter med tirsdag først, *3* med onsdag først, *2* med torsdag og *1* med fredag. Totalt blir det $4 + 4 + 3 + 2 + 1 = 14$ muligheter.

2. *A*. Hvert heltall fra *100* til *999* gir opphav til et slikt palindromtall ved at man legger til de to første sifrene i omvendt rekkefølge til slutt. (For eksempel vil vi fra tallet *816* få palindromtallet *81618*.) Ethvert palindromtall mellom *10000* og *100000* vil oppstå på denne måten. Antall palindromtall er altså det samme som antall heltall fra *100* til *999*, det vil si *900*.