



OPPGAVER FRA ABELS HJØRNE I DAGBLADET

SETT 8

DAG 1

1. Tidlig en morgen starter en snegle på bakken og klatrer oppover en 12 meter høy stolpe. Hver dag kryper den 2 meter oppover, men om natten sklir den 1,5 meter ned igjen. Hvor mange døgn bruker sneglen på å komme seg helt opp? (Vi antar at dag og natt er like lange.)
A) 20 B) 20,5 C) 21 D) 22,5 E) 24
2. En sirkel og et kvadrat har samme omkrets. Hva er da forholdet mellom sirkelens areal og kvadrates areal?
A) $4:\pi$ B) $3:\pi$ C) $4:3$ D) $\pi:3$ E) $\pi:4$

Løsninger

1. B. Etter 20 dager og 20 netter er sneglen $20 \cdot 1 / 2 = 10$ meter oppe. På slutten av den 21. dagen kommer den opp på toppen av stolpen, der den ikke lenger vil skli ned! Til sammen bruker den altså 20,5 døgn.
2. A. La oss betegne den felles omkretsen for L , sirkelens radius for r , og kvadratets sidelengde for s . Da er $2\pi r = L$ og $4s = L$, med andre ord $r = L / (2\pi)$ og $s = L / 4$. Bruker vi nå formlene πr^2 og s^2 for arealet av henholdsvis en sirkel og et kvadrat, får vi: $(\text{areal av sirkel}) / (\text{areal av kvadrat}) = \pi r^2 / s^2 = \pi (L / (2\pi))^2 / (L / 4)^2$ som kan forenkles til $4 / \pi$.

DAG 2

1. Hva er det minste primtallet som deler tallet $13579 \cdot 97531 + 1$?
A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 11
2. En krukke inneholder gule, røde, blå og hvite steiner, til sammen 48 stykker. Det er dobbelt så mange gule som røde steiner, dobbelt så mange blå som hvite, og antall hvite er 6 mer enn antall røde. Hvis du plukker ut en vilkårlig stein fra krukken, hva er sannsynligheten for at den er gul?
A) $1 / 12$ B) $3 / 24$ C) $5 / 24$ D) $1 / 6$ E) $1 / 3$

Løsninger

1. A. Produktet av to oddetall blir alltid et oddetall, slik at $13579 \cdot 97531$ er odde. $13579 \cdot 97531 + 1$ er derfor et partall, med andre ord delelig med 2 (som jo er det minste av alle primtall.)
2. C. La x være antall røde steiner. Da er det $2x$ gule, $x + 6$ hvite og $2x + 12$ blå steiner. Til sammen er det $6x + 18$ steiner. $6x + 18 = 48$ gir at $x = 5$. Antall gule steiner er dermed 10, og sannsynligheten for å trekke ut en gul stein er $10 / 48 = 5 / 24$.

DAG 3

1. En sandsekk veier $1 / 3$ sandsekk pluss 20 kg. Hva veier en sandsekk?
A) 30 kg B) 33,33 kg C) 40 kg D) 60 kg E) 90 kg
2. I et underholdningsprogram på TV deltar to jenter og to gutter. Helt uavhengig skal hver av guttene velge sin favorittjente, og hver av jentene skal velge sin favorittgutt. Hvis en gutt og en jente velger hverandre, vinner de en tur til Syden. Hva er sannsynligheten for at alle de 4 deltakerne vinner turer? (Vi antar at når en deltaker skal gjøre et valg, så er det like sannsynlig at han/hun velger den ene som den andre.)
A) 6,25% B) 12,5% C) 16,66% D) 25% E) 33,33%

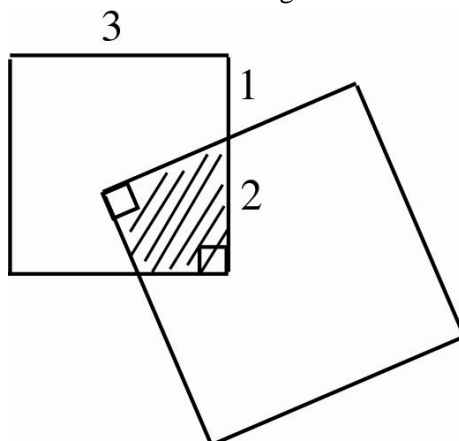
Løsninger

1. A. Kaller vi sandsekkens vekt i kg for x , får vi at $x = 1 / 3x + 20$, som gir $2 / 3x = 20$, dvs. $x = 30$.
2. B. La de 4 deltakerne være $G1$, $G2$, $J1$ og $J2$. $G1$ velger enten $J1$ eller $J2$, la oss si $J1$. For at alle skal ha noen sjanse, må da $G2$ velge $J2$. Sjansen for det er 50%. Videre må $J1$ velge $G1$, og $J2$ velge $G2$, og det er også 50% sjanse for hver av disse valgene. Sannsynligheten for at alle vinner sydentur er dermed 50% av 50% av 50%, dvs. 12,5%.

DAG 4

1. Hvor mye er $1 / 10$ delt på 0,02?
A) 20 B) 5 C) 0,5 D) 0,02 E) 0,005

2. To kvadrater med sidelengder på henholdsvis 3 og 4 meter overlapper som på figuren, der D er midtpunktet i kvadratet med sidelengde 3. Hvor stort, i kvadratmeter, er det skraverte arealet?



- A) 2 B) 2,25 C) 2,4 D) 2,5 E) 3

Løsninger

1. *B.* 0,02 er det samme som $2 / 100$. $1 / 10$ delt på $2 / 100$ er det samme som $1 / 10$ ganger $100 / 2$, altså $0,1 \cdot 50 = 5$.
2. *B.* Hvis vi forlenger linjestykkene DE og DG , ser vi at det lille kvadratet er delt opp i fire like biter. Arealet av det lille kvadratet er $3 \cdot 3 = 9$, og arealet av det skraverte området blir dermed $9 / 4 = 2,25$.

DAG 5

1. Rasmus var 32 år da datteren hans ble født. Om ett år vil han være 5 ganger så gammel som henne. Hvor gammel er han nå?
2. Helene og Kari kjøpte like esker med konvolutter og brevark. Helene brukte ett brevark per brev, mens Kari brukte tre ark per brev. Når Helene hadde brukt opp alle konvoluttene, hadde hun 50 brevark igjen, mens når Kari hadde brukt opp alle sine brevark, hadde hun 50 konvolutter igjen. Hvor mange brevark var det opprinnelig i hver eske?

- A)80 B) 100 C) 120 D) 125 E) 150

Løsninger

1. Rasmus er 39 år. La d betegne datterens alder om et år. Rasmus er 32 år eldre enn henne, så hans alder om et år er $32 + d$. Opplysningene i oppgaven gir at $32 + d = 5d$, dvs. $d = 32 / 4 = 8$. Datterens nåværende alder er dermed 7, og Rasmus må være $7 + 32 = 39$.

2. *E.* Anta at esken inneholdt N konvolutter og T brevark. Helenes forbruk viser at $T = N + 50$, mens Karis forbruk kan uttrykkes som $T = 3(N - 50)$. Løser vi $N + 50 = 3(N - 50)$, får vi $2N = 200$ eller $N = 100$. Esken inneholdt altså 100 konvolutter og 150 brevark.

DAG 6

1. Anta at en liten marsipangris på 80 gram koster 11 kroner, og en stor gris på 200 gram koster 27 kroner. Lønner det seg å kjøpe store eller små griser dersom man ønsker å få mest igjen for pengene?
2. Klokka er nå mellom 10 og 11. Om 9 minutter vil minuttviseren peke i motsatt retning av det timeviseren gjør nå. Hva er klokka nå?
- A) 10.10 B) 10.12 C) 10.12.30 D) 10.13.45 E) 10.15

Løsninger

1. La oss tenke oss at vi ønsker å kjøpe 400 gram marsipangriser. Dette kan enten gjøres ved å kjøpe 5 små, til $5 \cdot 11 = 55$ kroner, eller ved å kjøpe 2 store, til $2 \cdot 27 = 54$ kroner. Vi ser altså at de store marsipangrisene gir litt mer for pengene enn de små.
2. *B.* La x være antall minutter som klokka nå er over 10. Det er da $120 - x$ minutter til klokka 12. For 21 minutter siden pekte minuttviseren dit hvor timeviseren er nå. Minuttviseren brukte herfra $21 - x$ minutter på å peke rett opp. Timeviseren går 12 ganger så sakte som minuttviseren, og vil dermed bruke $12(21 - x)$ minutter til kl.12. Løser vi likningen $120x = 12(21 - x)$, får vi $x = 12$. Klokka er altså 10.12.

DAG 7

1. Hvis gjennomsnittet av x og -2 er 9, hva er da x ?
- A) -13 B) 3,5 C) 5,5 D) 11 E) 20
2. Hver deltaker på en fest håndhilser med hver av de andre nøyaktig én gang. Det er 36 håndtrykk mellom to damer og 28 håndtrykk mellom to menn. Hvor mange håndtrykk er det mellom mann og dame?
- A) 16 B) 36 C) 72 D) 96 E) 136

Løsninger

1. *E.* Gjennomsnittet av x og -2 kan uttrykkes ved $(x + (-2)) / 2 = (x - 2) / 2$. Skal dette være lik 9, må $x - 2 = 18$, altså $x = 20$.

2. C. Hvis det er N menn, så vil hver mann håndhilse på $N - 1$ andre menn. Siden det er to som er involvert i hvert håndtrykk gir dette totalt $N(N - 1) / 2$ håndtrykk mellom menn. Dette uttrykket er 28 når $N = 8$, det er altså 8 menn på festen. Tilsvarende kan vi se at det er 9 damer. Antall håndtrykk mellom mann og dame blir dermed $8 \cdot 9 = 72$.